



**UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

Mariana da Silva Nogueira Ribeiro

**PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: UMA PROPOSTA PARA
APRENDER PROPORCIONALIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL**

São Paulo
2021

Mariana da Silva Nogueira Ribeiro

**PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA: UMA PROPOSTA PARA
APRENDER PROPORCIONALIDADE NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Tese submetida à banca examinadora da Universidade Anhanguera de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática, sob a orientação da Professora Doutora Helenara Regina Sampaio Figueiredo.

São Paulo
2021

Ribeiro, Mariana da Silva Nogueira

R37p

Percurso de estudo e pesquisa: uma proposta para aprender proporcionalidade no ensino fundamental / Mariana da Silva Nogueira Ribeiro. -- São Paulo: Universidade Anhanguera de São Paulo, 2021.

178 f.: il.; 30 cm.

Tese (DOUTORADO) – Universidade Anhanguera de São Paulo; Programa de Doutorado em Educação Matemática, 2021.

Orientadora: Profa. Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

Profa. Dra. Helenara Regina Sampaio
Figueiredo

Prof. Dr. Marco Aurélio Kalinke

Profa. Dra. Nielce Meneguelo Lobo da
Costa

Profa. Dra. Simone Luccas

AGRADECIMENTOS

Inicio os agradecimentos resgatando as lembranças dos momentos vivenciados em toda minha trajetória acadêmica. Desde as dificuldades, superações, aprendizados, trocas de experiências e oportunidades que contribuíram para construção deste trabalho. Nesses momentos, estiveram presentes pessoas que me apoiaram e acreditaram em mim.

Primeiramente, agradeço à minha família representada pela minha mãe Angela Maria da Silva, meu padrasto Ercival Mendes dos Santos, minha avó Elvira Filipini da Silva (em memória) e meu pai Luís Antonio Nogueira Ribeiro (em memória). Sem eles, nada disso seria possível. *Amo vocês!*

Aquele que, um dia, escolhi para ser meu marido, esposo e companheiro. Pedro Luís Alves de Oliveira, que sonhou comigo e que sofreu por mim. *Amo você além de tudo!*

À minha orientadora, Professora Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo, a qual me orientou não somente para a tese, mas também para a vida, me emprestando um pouco de sua generosidade, responsabilidade e conhecimento.

A professora Dra. Marlene Alves Dias que deu apoio e compartilhou seus conhecimentos no início desta trajetória. A senhora é parte disso!

Aos professores, José Luiz Magalhães de Freitas, Marco Aurélio Kalinke, Nielce Meneguelo Lobo da Costa e Simone Luccas, pelas contribuições realizadas e pela disponibilidade de participação na avaliação deste trabalho.

Aos meus colegas de doutoramento e aos professores do Programa em Educação Matemática, que contribuíram com discussões, questionamentos e ajuda para o aprimoramento deste trabalho.

Aos alunos, professores e coordenador da instituição que possibilitaram o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Considerando as possibilidades metodológicas e as abordagens dos questionamentos de ensino da Matemática, o presente trabalho tem por objetivo analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas em um Percurso de Estudo e Pesquisa. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, tendo como base a Teoria Antropológica do Didático, que segue o paradigma questionamento do mundo de Yves Chevallard e seus colaboradores. Nessa pesquisa, a proposta é uma intervenção em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada na cidade de Londrina - PR, na qual a aprendizagem das noções de proporcionalidade são desenvolvidas por meio de um Percurso de Estudo e Pesquisa, com base nas relações institucionais esperadas e existentes pela Base Nacional Comum Curricular e em dois livros didáticos de Matemática para o 7º ano, dando lugar aos alunos para apresentarem questões que permitiram encontrar seus próprios caminhos e respostas que atendam seus interesses pessoais. Alguns resultados desta análise indicam que o domínio da proporcionalidade reconstrói-se a partir das noções de razão, unidades de medidas, grandezas e proporções. Além disso, verificamos que as abordagens indicadas pelos documentos oficiais são seguidas pelos livros didáticos e que, diante dos resultados produzidos pela análise das relações pessoais, o Percurso de Estudo e Pesquisa pode contribuir para a construção do conhecimento do tema em estudo. Podemos concluir, também, que a temporalidade das sessões, as responsabilidades dos alunos e o meio de estudo diferem do que é habitualmente realizado em aulas do domínio de proporcionalidade, pois tal metodologia de ensino exige mais articulações, pesquisas e aprofundamento sobre o assunto estudado, o que evidencia, em futuras pesquisas, a necessidade de mais sessões para sua aplicação.

Palavras-chave: Educação Matemática. Razão e Proporção. Praxeologias. Atividades de Estudo e Pesquisa.

ABSTRACT

Considering the methodological possibilities and the approaches in the debates about teaching Math, the current paper aims to analyze the learning from students in the 7th degree in elementary education concerning the proportionality from activities created and applied in a Course of Study and Research. This study copes with qualitative research supported by the Anthropological of Didactics Theory which follows the paradigms in questioning the world from Yves Chevallard and his collaborators. In this research the proposal is an intervention in a 7th degree class in elementary education from a private school in Londrina, which locates in the state of Paraná-Brazil, in which the learning about proportionalities notions are developed by a Course of Study and Research. This process is based in the institutional relations expected and proposed by the Common Core Curriculum (Base Nacional Comum Curricular - BNCC) and in other two Math didactical books to the 7th degree, offering an opportunity to the students to present questions which allow them to find their direction and responses which fits in their interests. Some results from this analysis indicate that the comprehension about the proportionality rebuilds itself from the notion about reason, measures units, magnitudes and proportions. Furthermore, it was verified that the approaches which were indicated by the official documents are followed by the didactical books and that based on the results produced by the analysis from the personal relations, the Course of Study and Research can contribute to the knowledge evolution about the study theme. It is also concluded that the temporality in the meetings, the students' responsibilities and the manner of study differ from what is habitually done in classes from the domain of the proportionality because, such methodology in teaching requires more articulation, researching and insights about the subject which was studied. The conclusion from this research proves that, in future investigations, it is necessary to perform more meetings to the proposed application.

Keywords: Math Education. Reason and Proportion. Praxeologies. Activities in Study and Research.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo Epistemológico de Referência	26
Figura 2 - Noção de razão no livro Júnior e Castrucci (2018).....	62
Figura 3 - Definição de razão no livro Júnior e Castrucci (2018)	63
Figura 4 - Tarefa 1	64
Figura 5 - Tarefa 2.....	67
Figura 6 - Noção de razão no livro Bianchini (2018).....	68
Figura 7 - Noção de razão de mesma natureza no livro Bianchini (2018)	69
Figura 8 - Tarefa 3.....	70
Figura 9 - Noção de proporção no livro Bianchini (2018)	72
Figura 10 - Noção de proporção no livro A Conquista da Matemática	73
Figura 11 - Tarefa 4.....	74
Figura 12 - Tarefa 5.....	75
Figura 13 - Propriedade fundamental das proporções do livro Bianchini (2018)	77
Figura 14 - Tarefa 6.....	78
Figura 15 - Tarefa 7.....	80
Figura 16 - Grandezas diretamente proporcionais no livro A Conquista da Matemática	82
Figura 17 - Tarefa 8.....	83
Figura 18 - Grandezas inversamente proporcionais no livro A Conquista da Matemática.....	85
Figura 19 - Tarefa 10.....	86
Figura 20 - Regra de três simples no livro A Conquista da Matemática	88
Figura 21 - Regra de três simples no livro A Conquista da Matemática	89
Figura 22 - Tarefa 11.....	92
Figura 23 - Tarefa 12.....	94

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental	56
Quadro 2 - Tarefa 1 (letra a)	64
Quadro 3 - Tarefa 1 (letra b e c)	65
Quadro 4 - Tarefa 2	67
Quadro 5 - Tarefa 3	70
Quadro 6 - Tarefa 4	75
Quadro 7 - Tarefa 5	76
Quadro 8 - Tarefa 6	79
Quadro 9 - Tipo de tarefa 7	80
Quadro 10 - Tipo de tarefa 9	84
Quadro 11 - Tipo de tarefa 10	87
Quadro 12 - Tipo de tarefa 11	92
Quadro 13 - Tipo de tarefa 12	95
Quadro 14 - Organização dos grupos de alunos	98
Quadro 15 - Extrato com respostas dos alunos	100
Quadro 16 - Roteiro para 2ª sessão	104
Quadro 17 - Escolha de alimentos de cada grupo	107
Quadro 18 - Extrato dos alunos com a composição das bebidas de cada grupo	113
Quadro 19 - Extrato com a composição dos alimentos salgados de cada grupo	117
Quadro 20 - Composição dos alimentos doces de cada grupo	121
Quadro 21 - Perguntas propostas no roteiro	130
Quadro 22 - Unidades de medidas utilizadas e seus significados de cada grupo	133
Quadro 23 - Quantidade de votos pelos alunos na escolha dos alimentos	139
Quadro 24 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 1	143
Quadro 25 - Cálculo quantidade de alimentos Grupos 2 e 3	145
Quadro 26 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 4	147
Quadro 27 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 5	148
Quadro 28 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 6	149
Quadro 29 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 7	151
Quadro 30 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 8	152

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	9
2	ESTUDOS SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE CENTRADO NAS NOÇÕES DE RAZÃO E PROPORÇÃO.....	19
3	PESQUISAS SOBRE O PEP.....	28
4	REFERENCIAL TEÓRICO	37
5	QUESTÃO DE PESQUISA, OBJETIVOS E METODOLOGIA	49
5.1	QUESTÃO DE PESQUISA E OBJETIVOS.....	49
5.2	METODOLOGIA	50
6	IDENTIFICAÇÃO DAS RELAÇÕES INSTITUCIONAIS NOS DOCUMENTOS OFICIAIS QUE ORIENTAM O ENSINO FUNDAMENTAL	54
6.1	ANÁLISE RELAÇÕES INSTITUCIONAIS NA BNCC	54
6.2	ANÁLISE DAS RELAÇÕES INSTITUCIONAIS NOS LIVROS DIDÁTICOS...61	
7	ANÁLISE DO PEP APLICADO A UMA TURMA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	97
7.1	PRIMEIRA SESSÃO.....	97
7.2	SEGUNDA SESSÃO	98
7.3	TERCEIRA SESSÃO	105
7.4	QUARTA SESSÃO	108
7.5	QUINTA SESSÃO	109
7.6	SEXTA SESSÃO	111
7.7	SÉTIMA SESSÃO.....	129
7.8	OITAVA E NONA SESSÕES.....	132
7.9	DÉCIMA SESSÃO	141
7.10	DÉCIMA PRIMEIRA SESSÃO	153
8	CONCLUSÕES.....	156
	REFERÊNCIAS.....	162
	ANEXOS – FICHAS DAS INTERVENÇÕES.....	168

1 INTRODUÇÃO

Os processos de ensino e aprendizagem dos conceitos e noções relacionados à Matemática têm gerado discussões sobre as diferentes formas de ensinar, além de reflexões, em geral, apoiadas por propostas metodológicas que tendem a mostrar a importância de proporcionar uma aprendizagem de compreensão representacional, instrumental e estrutural dos saberes. Essas reflexões consideram o aluno como o agente de sua própria aprendizagem, dando a oportunidade de construir os conhecimentos matemáticos que tenham significado para ele no interior do contexto em que vive.

A partir da necessidade de propostas metodológicas e de novos meios para auxiliar os alunos a compreenderem a importância da Matemática na vida cotidiana, pautamo-nos na trajetória e inquietações desta pesquisadora enquanto professora de Matemática na Educação Básica e no Ensino Superior.

Com base nos doze anos de experiência docente, houve o acompanhamento de discussões no âmbito educacional sobre diferentes metodologias, que podem ser utilizadas em sala de aula, que visam contribuir ao ensino de conteúdos matemáticos. Assim, algumas inquietações com relação às formas de ensinar Matemática conduziram a pesquisadora a uma formação para o uso de metodologias em sala de aula.

Com a especialização em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, no ano de 2010, foi possível conhecer diversas ferramentas e possibilidades pedagógicas para o ensino de Matemática. O mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática na Universidade Federal do Paraná, concluído em 2015, proporcionou contato com diversas ferramentas de ensino, em específico, a lousa digital, um recurso tecnológico que possibilita a construção de atividades pedagógicas interativas, em diversas áreas do conhecimento, e trabalha a linguagem audiovisual que já faz parte do cotidiano do aluno.

Com uma visão voltada ao uso da lousa digital como recurso pedagógico na disciplina de Matemática, a necessidade de analisar como professores utilizam-nas para o ensino da Matemática no Ensino Fundamental – Anos Iniciais tornou-se evidente. Desse modo, a pesquisa de mestrado permitiu conhecer melhor a realidade, as formas de utilização e metodologias que professores fazem deste recurso.

A partir dessa pesquisa, a importância de uma formação técnica, um bom planejamento e mediação por parte do educador para que sejam exploradas de diversas formas as ferramentas da lousa digital, possibilitando uma nova forma de aprender ficaram ainda mais evidentes.

Com intuito de dar continuidade à formação docente, mais especificamente sobre o ensino e aprendizagem de saberes matemáticos, o ingresso no doutorado do Programa de Pós-Graduação da Universidade Anhanguera de São Paulo, em 2018, a partir de discussões nas diversas disciplinas do curso, nasceu o interesse em investigar a aplicação de uma metodologia de ensino na Educação Básica.

Nesse contexto, com objetivo de pesquisar sobre a utilização de uma metodologia diferenciada para o ensino de conteúdos matemáticos, apoiamo-nos nas ideias de Yves Chevallard, que propõe a necessidade de novas possibilidades ao ensino de Matemática, em busca de mudanças de paradigmas e a introdução de organizações didáticas, com objetivo de orientar uma Engenharia Didática, denominada Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Tal organização didática, o PEP, corresponde a uma ampliação das Atividades de Estudo e de Pesquisa (AEP) propostas, inicialmente, para o desenvolvimento dos “Travaux Personnels Encadrés¹” (TPE), que foram introduzidos pelo Ministério da Educação da França, correspondendo a um trabalho pluridisciplinar relacionado a temas definidos em nível nacional, que visa diversificar os diferentes modos de apropriação de conceitos e noções elencados nos programas das disciplinas a serem desenvolvidas em determinado ano escolar.

Enquanto ferramentas para tratar essa forma de trabalho indicada nos programas, Chevallard (1992) introduz uma organização didática denominada de AEP que, na sequência, deu origem ao PEP.

O PEP pode ser brevemente definido como um conjunto de questões e respostas apresentadas pelos alunos a partir de uma questão geradora proposta e orientada pelo professor, que será estudada e pesquisada pelos alunos. A questão geradora deve ser suficientemente ampla, exigindo a participação dos alunos, a orientação do professor, um recurso e outros meios ou profissionais de outras disciplinas que auxiliem a encontrar uma resposta para a questão geradora.

¹**Travaux Personnels Encadrés** – TPE. Disponível em: <https://eduscol.education.fr/cid47789/definition-et-themes-nationaux-des-tpe.html>. Acesso em: 15 jul. 2019.

Essa necessidade de recorrer a diferentes meios e, até mesmo, conhecimentos de outras disciplinas conduziu Chevallard a considerá-la como codisciplinar, como veremos com mais detalhes no capítulo referente ao referencial teórico.

Para uma visão breve do papel das AEP no desenvolvimento dos TPE, sustentamo-nos em Chevallard (2004), que corresponde a um artigo, publicado em 1991 e retomado em 2004, no qual o autor explicita que as AEP se agrupavam em um conjunto de praxeologias emergentes no final do "Lycée²" (alunos de 15 a 17 anos), particularmente no ensino francês, que satisfazem a um dispositivo de obras pessoais emolduradas e ainda frágeis, pois são consideradas uma a uma, indicando, assim, a necessidade de uma epistemologia escolar mais autêntica, o que conduz a um novo paradigma que pode ser a força central dessa epistemologia.

Consoante ao autor, destacamos dois caminhos inseparáveis da epistemologia escolar dominante, a saber: o primeiro sendo aquele que induz a construção de conhecimento como um meio que procura responder a uma questão motivadora, delimitando o campo de estudo, e o segundo indica a importância de considerar o conhecimento disciplinar mobilizado por essa questão, uma vez que esse intervém de forma codisciplinar, isto é, em uma sinergia necessária com objetos de uma pluralidade de jurisdições disciplinares selecionadas pelo próprio estudo.

Chevallard (2004) enfatiza que se a primeira regra dessa epistemologia escolar é familiar aos didatas, a segunda coloca o problema da fragmentação, do confinamento e, até mesmo, da agressão disciplinar em que a epistemologia da escola foi construída, o que conduz à necessidade de repensar a didática da epistemologia da escola que, segundo o autor, induz a uma mobilização funcional de conhecimentos e saberes. Para isso, o autor introduz a noção de atividades de estudo e de pesquisa, observando que atividade é entendida como um trabalho pessoal supervisionado.

Desse modo, as AEP são prescritas com o objetivo de construir uma resposta "R" a uma questão "Q" e aos saberes "S" funcionalmente desejados, ou seja, saberes que podem ser úteis para a sociedade, o que, segundo o autor, pode ser a matriz de uma epistemologia mais autêntica colocada pelo novo paradigma, que rompe com a epistemologia escolar dominante, impondo a construção de conhecimento por meio de um conjunto de respostas estudadas e pesquisadas, com o objetivo de responder a uma questão motivadora, o que conduz à necessidade de considerar a pluralidade

²No sistema de ensino francês, o Lycée corresponde ao segundo ciclo do ensino secundário, ou seja, o Ensino Médio no Brasil.

de disciplinas que estão associadas aos saberes a ensinar, que podem auxiliar na construção desse conhecimento.

Chevallard (2004) ressalta que a implementação das AEP necessita de uma modificação decisiva da ecologia monumentalista do estudo escolar, isto é, não pode estar vinculado à sucessão de conhecimentos e nem mesmo a uma sucessão de AEP, mas deverá estar conectado a um PEP, qual é gerado por uma questão “Q”, com alto poder gerador, propenso a impor muitas questões derivadas e, assim, levar a um grande número de saber, ensinar e alguns outros, que marcarão o limite temporário do campo de estudo.

Nesse momento, nos parece importante apresentar brevemente a noção de ecologia e monumentalismo, conforme definição de Chevallard (2002, 2002a), que introduz a noção de ecologia dos saberes, por meio da transposição dessa noção da Biologia para a Matemática, ressaltando que se trata de uma ferramenta didática a qual permite analisar os saberes nas instituições, uma vez que esses estão sujeitos a adaptações e restrições que podem estar associadas aos saberes.

Como exemplo, podemos nos referir à noção de proporcionalidade que é tratada apenas como um número em Matemática, o que dificulta sua aplicação em outras ciências, ou seja, a vida desse saber em Matemática é restrita aos cálculos e, em geral, no Ensino Fundamental, será também restrita ao estudo de razão e proporção e aplicações da “regra de três”.

A noção de ecologia dos saberes, conforme definição de Chevallard (2002, 2002a), possibilita a pesquisa da vida desses saberes nas instituições. Ao transpor a noção biológica de ecologia para a Matemática, Chevallard (2002, 2002a) define o *habitat* como o lugar onde vivem os objetos matemáticos³, considerados de *nicho*, ou seja, a função que esses mesmos objetos desempenham em cada um de seus *habitats* e *millieu* (meio) sendo o conjunto de objetos matemáticos para os quais a relação institucional é estável e não problemática.

Aqui, podemos considerar um exemplo relacionado ao objeto matemático de nossa pesquisa, a noção de proporcionalidade, cujo *habitat* é o Ensino Fundamental

³ Objetos matemáticos: Os objetos ocupam, contudo, uma posição privilegiada: são o “material de base” da construção teórica considerada. Da mesma maneira que, no universo Matemática contemporâneo, fundado na teoria dos conjuntos, tudo é conjunto (os próprios números inteiros são conjuntos), assim como, no universo que considero, tudo é objeto (CHEVALLARD, 1992, p.86).

- Anos Finais, e este está associado ao estudo das razões e proporções, mais particularmente a noção de regra de três para ser tratada no final dessa etapa escolar.

Sendo assim, o *nicho* está associado à aplicação da regra de três simples para grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais e consideram não apenas um número para determinar a proporcionalidade, mas devem associar às unidades de medida das grandezas envolvidas, o que auxilia na aplicação dessa noção em outras ciências. Observamos que, no Ensino Fundamental, o *millieu* está particularmente associado à utilização da regra de três simples.

Após apresentar a definição de ecologia, segundo Chevallard (2004), e dos exemplos relacionados à proporcionalidade, voltando aos estudos que vem sendo desenvolvidos em pesquisas sobre o tema, destacamos alguns trabalhos que, mesmo se enquadrando em uma ecologia monumentalista, permitem compreender melhor alguns aspectos relacionados às práticas de introdução e desenvolvimento da noção de proporcionalidade na Educação Básica brasileira.

Pensando em possibilidades de ensinar Matemática, bem como as suas práticas de ensino relacionadas à proporcionalidade, Chain, Ilany e Keret (2008) apresentam que tal tema trata de um conhecimento fundamental para a Matemática desenvolvida desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, uma vez que envolve relações Matemáticas usuais em situações aplicadas no dia a dia do aluno.

Algumas pesquisas (PONTES, 1996; OLIVEIRA, 2009; COSTA, 2007; LAMON, 2005) apresentam que poucos alunos fazem uso adequado do raciocínio proporcional, ou finalizam com sucesso as atividades propostas pelos professores. De acordo com Oliveira (2009), tal problema se estende aos alunos de níveis escolares mais elevados, o que tem influenciado na dificuldade do pensamento proporcional das pessoas em nossa sociedade.

Além disso, Chain, Ilany e Keret (2008) indicam que, para uma parte dos professores em atuação e em formação, ainda existem muitas lacunas em como ensinar os conteúdos de proporcionalidade. Desse modo, a problemática da nossa pesquisa associa-se ao desenvolvimento de uma metodologia que rompe com a epistemologia escolar dominante, uma vez que, a partir de uma questão de alto poder gerador, seja possível estudar e pesquisar sobre as noções proporcionalidade e suas propriedades, compreendendo sua importância em diferentes situações, podendo estar relacionadas com a vida cotidiana e com as outras ciências.

Com intuito de estudar as noções do saber, em específico, neste estudo, as de proporcionalidade, Chevallard (2003) propõe o estudo das praxeologias em sua teoria, composta por uma quádrupla: tipo de tarefa, técnicas, tecnologia e teoria.

Além disso, Artaud (2019) apresenta que, ao pesquisar as praxeologias da profissão de professor, mais particularmente do professor de Matemática, em relação ao domínio das grandezas e medidas, destaca que, em geral, o estudo da proporcionalidade em Matemática não considera explicitamente as unidades de medida na identificação da constante de proporcionalidade, tratada apenas como um número, o que dificulta a compreensão dessa noção quando aplicada em outras ciências ou em situações do cotidiano.

Desse modo, ressaltamos que a questão das unidades de medida, em geral, é considerada separadamente no estudo da noção de proporcionalidade, sendo o resultado encontrado, geralmente, apresentado apenas como um número, sem considerar as grandezas envolvidas. Por exemplo, para um problema do tipo “em uma receita de bolo, são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizada. Quantos ovos serão necessários para 2kg de farinha?” (GIOVANNI JUNIOR, 2018, p. 215). Em geral, os alunos apresentam apenas o resultado 8, sem se preocupar em indicar que esse número se refere à quantidade de ovos, mesmo que, nos livros didáticos, os autores apresentam as respostas levando em consideração a quantidade a que se refere a tarefa.

Nessa perspectiva, com intuito de desenvolver um PEP que permita ao próprio aluno reconhecer a importância dos conhecimentos sobre as noções de proporcionalidade para o seu desenvolvimento e a compreensão do mundo que o cerca – uma vez que essa noção corresponde ao primeiro contato dos alunos com a relação entre grandezas direta ou inversamente proporcionais, tendo assim a possibilidade de determinar a variação das grandezas por meio da noção de regra de três – consideramos a importância de aplicar junto a alunos do Ensino Fundamental-Anos Finais, uma pesquisa desenvolvida a partir dos seguintes questionamentos:

- Como encaminhar os procedimentos metodológicos de ensino da Matemática de maneira que os conhecimentos de proporcionalidade possam ser estudados a partir da organização de um piquenique com os amigos?
- Como fazer para que esses conhecimentos sejam estudados como ferramentas que desenvolvam discussões, reflexões e deduções para resolver a problemática considerada?

- Quais as condições para desenvolver atividades, baseadas em um PEP, sobre proporcionalidade relacionadas às necessidades dos alunos?
- Como se desenvolve a aplicação de um PEP associado a uma questão do cotidiano dos alunos?
- Como os alunos se comportam em relação a essa forma de estudo?

Tais questionamentos, em consonância com as abordagens das questões atuais de ensino e aplicabilidade da Matemática, em específico, o de razão e proporção, que corresponde a um dos setores relacionados com o domínio da proporcionalidade tratado na Educação Básica e utilizado como ferramenta explícita para o desenvolvimento de novos conceitos e noções tanto da Matemática como das outras ciências, possibilitam a utilização dessa metodologia de ensino, apoiada em questionamentos e questões práticas reais do mundo atual.

Observamos, assim, que a escolha do conteúdo proporcionalidade se deve ao fato de tratar de uma noção fundamental para a Matemática e as outras ciências, sendo necessário na introdução de novos conceitos e noções em toda a Educação Básica e, até mesmo, no Ensino Superior.

Desse modo, parece importante ressaltar que a proporcionalidade é desenvolvida desde o Ensino Fundamental - Anos Iniciais, como indicado na pesquisa sobre estruturas multiplicativas, apresentada por Silva (2010), que ao considerar a necessidade de um trabalho gradativo com novas classes de problemas, adverte sobre a importância dos alunos revisitarem conhecimentos prévios, ampliando assim o campo conceitual que envolve a estrutura multiplicativa, o que a conduz a citar Vergnaud (1990 p.153) “um conceito não pode ser reduzido a sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino”.

Diante deste contexto, Falzetta (2003) considera a noção de proporcionalidade como central em Matemática e essencial para o ensino das operações, dos conceitos de fração e multiplicação, por ser uma noção que permite resolver situações cotidianas e das outras ciências, possibilitando ainda fazer uma relação com a multiplicação, o que, em geral não ocorre na escola.

A autora observa que se trata de uma noção simples que aborda a relação entre duas variáveis, o que consideramos importante para ser tratado com alunos do 7º ano, pois indica a possibilidade de iniciar o pensamento funcional a partir de exemplos de relação entre duas grandezas, que será objeto de estudo no 9º ano.

Como exemplo relacionado à noção de proporcionalidade, podemos indicar o da identificação da quantidade de sódio de um alimento em função da porção considerada, o que é apresentado em produtos que consumimos diariamente sejam eles industrializados ou não.

Ressaltamos, aqui, que esse tipo de exemplo pode também ser aplicado com os alunos do Ensino Fundamental no estudo de fração, multiplicação e proporção, o que vai ao encontro com a questão geradora do PEP apresentada nessa pesquisa, que visa abordar esse tema, podendo ser também utilizada em pesquisas futuras, abrindo, assim, um leque de possibilidades para a noção de proporcionalidade nas diferentes etapas escolares.

Trata-se de um tema que pretendemos aprofundar e propor para o estudo e pesquisa relacionando às diferentes noções de proporcionalidade à sua aplicação nas diferentes etapas escolares e nas outras ciências.

Observamos ainda, que de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a proporcionalidade está presente em diversas áreas, como uma ideia de Matemática fundamental, um princípio geral do conhecimento matemático, que deve ser desenvolvido articulado com múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, visando possibilitar ao aluno resolver e elaborar problemas que envolvem variação de proporcionalidade.

Essa observação vai ao encontro da proposta desta pesquisa e, mais particularmente, indica a possibilidade da aplicação de nossa questão geradora em outros contextos, isto é, para tratar diferentes saberes nas outras etapas escolares.

Ao realizar um levantamento de pesquisas (MELO, 2009; SANTOS; CINTRA, 2019; MACEDO; SIQUEIRA, 2007; ABDOUNUR, 2012; CABRAL, 2019; ALMEIDA, 2015; SOUZA, 2014; FERREIRA, 2016) relacionadas ao estudo de proporcionalidade, dentre vários pontos, verificamos que as formas de ensino desse conteúdo são relevantes na área, esperando que este seja desenvolvida de forma articulada, criando significados e a promoção da reflexão por parte do aluno.

Ressaltamos, também, que tais preocupações com os trabalhos de pesquisas citadas anteriormente é algo relativamente recente na pesquisa acadêmica, o que revela lacunas a serem estudadas, em específico, investigações que envolvem os conteúdos de razão e proporção desenvolvidos por metodologias de ensino, que consideram o aluno como responsável pelo seu próprio desenvolvimento, como por

exemplo a utilização de uma Engenharia Didática de tipo PEP, o que também se configura num campo novo de investigação na Educação Matemática.

Assim, diante da necessidade de estudos relacionados à investigação da aprendizagem a partir de práticas de ensino, que envolvem o conteúdo de proporcionalidade, o objetivo desta pesquisa, que tem uma base teórica na Teoria Antropológica do Didático (TAD), consiste em analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas num Percurso de Estudo e Pesquisa.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções de proporcionalidade sejam retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, é fundamental considerar que, no 7º ano, o assunto é realmente formalizado pela primeira vez para o aluno, o que resultou da escolha deste ano para aplicação do PEP em estudo na pesquisa.

Para melhor compreender as possibilidades de desenvolvimento do PEP com os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, a pesquisa visa identificar as relações institucionais presentes na BNCC (BRASIL, 2018) e em livros didáticos, relacionados às noções de proporcionalidade, pois, mesmo tratando de uma metodologia de abordagem de conteúdos matemáticos que não se propõe a desenvolver determinado conteúdo por meio de uma organização Matemática e didática pré-construída, é preciso conhecer as orientações curriculares para não deixar um vácuo em relação ao que impõe essas instituições, observando que as orientações curriculares e os livros didáticos correspondem à proposta institucional vigente.

Neste sentido, para atingir o objetivo proposto nesta pesquisa, estruturamos nosso trabalho conforme segue.

O primeiro capítulo apresenta algumas considerações que conduziram à problemática da pesquisa e questionamentos sobre a realização do PEP, para os quais buscamos resposta neste estudo. Além disso, de forma geral, descrevemos como a pesquisa está estruturada, ou seja, como será desenvolvido cada capítulo do trabalho.

O segundo capítulo corresponde ao estudo sobre o ensino e aprendizagem de proporcionalidade, no qual é apresentada uma visão geral das pesquisas realizadas sobre o tema e como estas resultaram. Apresentamos a construção do Modelo Epistemológico de Referência (MER), que tem como proposta compreender como são

abordadas as noções associadas ao domínio do conteúdo de proporcionalidade por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, ampliado com os caminhos não previstos apresentados pelos alunos.

No terceiro capítulo, trazemos uma análise de estudos desenvolvidos a partir da utilização da organização didática PEP. Assim, esperamos que esse breve estudo auxilie na compreensão do funcionamento dessas organizações e suas definições a partir da reflexão por meio de pesquisas na área.

O quarto capítulo aborda o referencial teórico, o qual se fundamenta na Teoria Antropológica do Didático (TAD). Neste capítulo, apresentam-se as noções associadas à teoria, trazendo exemplos relacionados à proporcionalidade e, quando possível, outros domínios da própria Matemática ou de outras ciências.

O quinto capítulo é composto pela metodologia, objetivo geral e específicos da pesquisa. Neste, são descritas as etapas realizadas na execução do estudo, dados dos participantes, estratégias para coleta dos dados, documentos analisados, especificidades sobre a elaboração e apresentação do projeto ao comitê de ética, entre outros.

O sexto capítulo descreve a identificação das relações institucionais nos documentos oficiais que norteiam o ensino de Matemática no 7º ano do Ensino Fundamental, mais especificamente, o de razão e proporção. Também, aborda a identificação das relações institucionais em livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental com relação à proporcionalidade.

O sétimo capítulo descreve como foram desenvolvidas as sessões com aplicação do PEP aos alunos e consequente análise dos dados extraídos da aplicação por meio da teoria em estudo que utilizamos como base. Tal análise baseou-se no material coletado dos discursos dos alunos e das atividades escritas realizadas durante as sessões.

Finalmente, apresentamos as conclusões a partir das análises realizadas durante a pesquisa.

2 ESTUDOS SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROPORCIONALIDADE CENTRADO NAS NOÇÕES DE RAZÃO E PROPORÇÃO

Após apresentação da estrutura desta pesquisa, neste capítulo, abordamos ideias que justificam a importância do ensino e aprendizagem de razão e proporção, enquanto setor do domínio proporcionalidade, os quais são utilizados para o desenvolvimento do PEP, uma vez que se tratava das noções Matemáticas a serem desenvolvidas no 7º ano do Ensino Fundamental, no período considerado para a aplicação da pesquisa.

A revisão bibliográfica sobre proporcionalidade foi realizada em teses, dissertações, publicações em evento e periódicos.

Iniciamos ressaltando que, atualmente, um dos grandes desafios nos processos de ensino e aprendizagem é fazer com que os alunos relacionem a Matemática de seu cotidiano com os conteúdos estudados em sala de aula, porém, de acordo com Santos et al. (2007), a Matemática mesmo presente em situações do nosso dia a dia é considerada uma área complexa que, quando não aplicada à realidade do aluno, parece dificultar ainda mais sua compreensão.

De acordo com D'Ambrósio (1989), a falta de atividades Matemáticas contextualizadas com a realidade do aluno tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores, pois acreditamos que, desta forma, podemos mostrar que a aprendizagem de conteúdos matemáticos não pode ser tratada apenas por meio de um acúmulo de fórmulas, algoritmos e regras transmitidas por alguns professores e não são compreendidas pelos alunos, uma vez que são apenas apresentadas sem uma justificativa explícita de sua necessidade para os alunos.

Neste sentido, acreditamos que utilizar uma metodologia diferenciada, em que se aplica conceitos e noções matemáticas para resolver situações-problema de vivência do aluno, no nosso caso, mais especificamente, as noções de proporcionalidade, podemos possibilitar a construção de diferentes modos de ação sobre determinadas situações ocorridas em sala de aula, motivando os alunos que veem a interferência de determinados conceitos e noções em sua vida cotidiana e podem compreender, assim, aplicações futuras de seu interesse, podendo até perceber qual o papel dessas noções em sua escolha profissional.

Com o objetivo de justificar a escolha das noções de proporcionalidade para estudo nesta pesquisa, acreditamos ser necessário um levantamento bibliográfico sobre o tema. Iniciamos essa justificativa trazendo a definição sobre o conceito de razão e proporção e na sequência um levantamento de pesquisas realizadas com tema.

De acordo com Macedo (2007), a palavra razão vem do latim *ratio* e significa o quociente entre dois números ou grandezas “a” e “b”, definido por “a:b” ou “a/b”. Ressaltamos, ainda, que, segundo Almeida (2015), grandeza é tudo aquilo que pode ser medido ou contado.

Ainda conforme Macedo (2007), a palavra proporção vem do latim *proportione*, que relaciona as partes de uma grandeza, consistindo na relação entre duas razões de uma igualdade, gerando assim uma ligação entre elas.

A proporção entre as razões “a/b” e “c/d” é $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, em que se deduz à propriedade fundamental das proporções, em que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, ou seja: “a · d = b · c”. Assim, temos que os números “a” e “d” são denominados extremos da proporção enquanto, os números “b” e “c” são os meios da proporção.

A proporção “é a base para a compreensão de conceitos diversos como fração, porcentagem, densidade, velocidade, entre outros” (MACEDO, 2007, p. 2) Ressaltamos, aqui, que após definir proporção, Macedo (2007), ao apresentar outros conceitos que estão relacionados com essa noção, indica sua aplicação intra e extra Matemática.

De acordo com Chevallard (2009), essas noções intramatemáticas, no contexto corresponde a praxeologias matemáticas e às extramatemáticas, as quais são as praxeologias que não fazem parte do domínio da Matemática, mas que de alguma forma podem aparecer na exposição dos problemas e nas variáveis inseridas no problema.

Interessamo-nos, ainda, pela definição de Grattan (1996), que apresenta o conceito de proporção como uma proposição lógica, envolvendo duas razões em que se pode atribuir valor falso ou verdadeiro, para as quais a igualdade remete aos casos de proporcionalidade, ou seja, sendo essa um elemento da classe de equivalência definida pelas razões proporcionais.

Já para Spinillo (1994) não existe ainda um consenso sobre a definição de proporcionalidade, mas o pensamento proporcional pode referir-se à habilidade de analisar situações, criar relações e determinar resultados.

Outra característica relevante sobre a compreensão das noções de razão e proporção é o conhecimento base para o desenvolvimento dos conceitos de grandezas direta e inversamente proporcionais, além de ser uma condição inicial necessária para o desenvolvimento do pensamento proporcional.

Melo (2009) esclarece que o conceito de proporcionalidade é fundamental para interpretação e resolução de situações do mundo real. No ensino da Matemática, a compreensão deste conceito serve como base para a aprendizagem da Geometria, Trigonometria, Álgebra, assim como disciplinas de outras áreas. Seu esclarecimento sobre proporcionalidade indica a importância desse conceito matemático como ferramenta explícita para a introdução e compreensão de novos conhecimentos.

Referindo-se a essa mesma ideia, autores como Santos e Cintra (2019) têm desenvolvido pesquisas sobre as noções de razão e proporção, nos quais a proposta foi compreender o conceito de razão e proporção por meio da resolução de problemas. As autoras aplicaram um teste diagnóstico em duas turmas de 7º ano do Ensino Fundamental para verificar quais dificuldades os alunos encontrariam ao lidar com as frações. Foram propostos, também, problemas contextualizados sobre as noções de razão e proporção, em que os alunos pudessem identificar a razão como quociente, fração irredutível, número decimal e evidenciá-la como comparação entre duas grandezas, surgindo então um novo conceito, a saber: o de proporção.

O estudo resultou em contribuições aos alunos para melhorar a capacidade de leitura, interpretação e compreensão do estudo das noções consideradas e das relações entre elas.

Outro estudo refere-se à pesquisa de Macedo e Siqueira (2007) sobre a utilização de um Objeto de Aprendizagem, denominado de Gangorra Interativa, para o estudo de estratégias de resolução de problemas que envolvam o pensamento proporcional. Tal estudo foi realizado com um grupo de sete alunos do Ensino Fundamental – Anos Finais de uma escola pública da cidade de Fortaleza – CE, na qual os autores concluíram que, a partir do equilíbrio da gangorra, os alunos conseguiram comparar e estabelecer relações de igualdades, construindo conhecimentos relacionados à grandeza inversamente proporcional.

Abdounur (2012), em sua pesquisa, buscou o potencial de diferenciação e heurística do pensamento analógico, presentes no desenvolvimento histórico das noções de razão e proporção, considerando estruturas peculiares que se evidenciam em contextos musicais e que possibilitam a construção da aritmética de razões e proporções no ambiente educacional, resgatando, ainda, do ponto de vista histórico, seus vínculos à música e seus significados, como número, fração e igualdade.

O estudo teve como proposta a valorização das origens aritméticas de razões e proporções, apresentando as diferenças na demarcação desses conceitos no contexto de semelhanças estruturais entre a Matemática e a música. Dentre as características mencionadas, ressaltamos operações e proposições envolvendo razões e proporções com estruturas análogas em música teórica.

Outra pesquisa sobre tema foi a de Cabral (2019), que desenvolveu um trabalho sobre o ensino de razão e proporção com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, a fim de proporcionar aos alunos uma forma mais dinâmica no processo de descoberta e sistematização dessas noções, valorizando também os conhecimentos que eles trazem de sua vivência extraescolar, o que corrobora com nossa perspectiva de pesquisa.

Em seu estudo, Cabral (2019) elaborou uma sequência didática, segundo os moldes do ensino por atividades, e aplicou em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, composta por 25 alunos com idades entre 12 e 17 anos, sobre noções como: o grau de conhecimento e habilidades de razão e proporção, o que lhe permitiu identificar, “indícios” de modificação nos níveis de empenho dos participantes ao longo do processo da pesquisa, possibilitando assim o mapeamento dos níveis de desempenho dos participantes por meio de artifícios orais e escritos. Tal estudo trouxe resultados a respeito da aprendizagem das noções de razão e proporção por meio da aplicação de uma sequência didática, especificamente construída para esse fim.

O desempenho dos alunos participantes do experimento foi satisfatório, com um percentual de acertos de 82% e, com isso, o autor afirma que o ensino e aprendizagem de razão e proporção por meio da sequência didática foi adequada e eficiente, pois os alunos tiveram um rendimento acima da média que, em geral, o autor identificava por meio de sua experiência profissional comprovando as hipóteses por ele consideradas.

No estudo de Almeida (2015), o objetivo foi descrever os conceitos de razão e proporção a partir de situações no cotidiano do aluno, estabelecendo relações da vida

prática com a Matemática ensinada na escola por meio da análise e resolução de problemas.

A partir de métodos que utilizam análises lógicas, foi possível desenvolver um estudo detalhado e aplicado de razão e proporção, conhecidos por regra de três e porcentagem, resultando em modelos que podem ser reutilizados por outros professores do Ensino Fundamental - Anos Finais.

Esta pesquisa, segundo o autor, pode ser considerada como referência para professores do Ensino Fundamental - Anos Finais que buscam estratégias de ensino, na tentativa de desenvolver novas habilidades Matemáticas que permitam aos alunos se depararem com situações que ultrapassam as aplicações escolares sem vínculo com o mundo que os cerca. Observamos, aqui, que se trata de uma pesquisa sobre resolução de problemas que corrobora com nossa perspectiva de considerar situações vivenciadas pelos alunos em seu cotidiano.

Outro estudo voltado à introdução e desenvolvimento dos conceitos de razão e proporção trata-se da dissertação de mestrado de Souza (2014), que teve como objetivo avaliar as práticas Matemáticas existentes na interação de alunos deficientes visuais e videntes, durante a resolução de tarefas Matemáticas com conteúdo de razão e proporção, mediadas por uma ferramenta tátil e sonora. As análises se basearam nas práticas dos jogadores durante a resolução das tarefas Matemáticas que abordavam o conteúdo de razão e proporção.

Tais tarefas foram propostas baseadas no problema *Mr. Short e Mr. Tall*⁴ e foram aplicadas aos alunos em forma de jogo, no qual uma ferramenta auxiliar fazia o papel mediador entre os jogadores e o computador.

A pesquisa fundamentou-se na perspectiva vygotskiana relacionada aos processos de mediação, linguagem e zona de desenvolvimento proximal, a partir da metodologia do *design experiment*, que considera os sujeitos parte integrante da pesquisa e que a participação deles podem promover alterações importantes ao longo de toda a pesquisa.

Após análise dos dados, identificamos que a linguagem leva os alunos a criarem uma zona de desenvolvimento proximal ao longo do jogo, trazendo

⁴ Problema *Mr. Short e Mr. Tall*: “*Mr. Short* tem um amigo, *Mr. Tall*. Quando eles medem suas alturas com cliques de papel, a altura de *Mr. Short* é igual a quatro cliques de papel e altura de *Mr. Tall* é igual a seis cliques de papel. Quantos cliques de papel são necessários para altura de *Mr. Tall*, se a altura de *Mr. Short* for igual a seis cliques de papel?” (SOUZA, 2014, p. 44).

contribuições para a resolução de tarefas Matemáticas, mais especificamente sobre razão e proporção. Ressaltamos, dessa forma, a importância dessa pesquisa para nosso PEP, pois poderíamos encontrar alunos que tivessem essa vivência e direcionassem seu questionamento para a utilização desse tipo de jogo ou outros correlatos.

Com o objetivo de aplicar o conceito de razão, proporção e regra de três no Ensino Médio de forma clara e objetiva, relacionando às questões do dia a dia dos alunos, o estudo de Ferreira (2016) buscou ampliar os conhecimentos dos alunos do Ensino Médio fundamentando-se em suas vivências com as noções de razão, proporção e regra de três, que foram tratados em anos anteriores, de forma teórica e prática. Para tanto, a autora propôs e analisou as resoluções de problemas do cotidiano dos alunos, relacionando-as não somente com os conceitos, mas considerando também procedimentos importantes para o aprimoramento do conhecimento matemático dos alunos do Ensino Médio.

Ferreira (2016) aponta que é importante explorar os conceitos de razão, proporção e regra de três a partir de problemas da realidade do aluno, necessitando saber reconhecer situações que envolvem os conteúdos em estudo em diferentes contextos, usar a habilidade para interpretar problemas e envolver variáveis diretamente e inversamente proporcionais entre grandezas.

Neste sentido, a autora enfatiza que se torna necessária a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental, o que auxilia no desempenho de estudos no Ensino Médio e possibilita a compreensão e o relacionamento das noções de razão, proporção e a regra de três com situações do cotidiano dos alunos.

A pesquisa de Ferreira (2016) explicita a importância de desenvolver o estudo das noções de razão e proporção associadas às situações reais do cotidiano dos alunos, sendo assim, mais uma pesquisa que nos indica estar seguindo o bom caminho.

Em sua dissertação do mestrado, Batista (2018) teve como proposta avaliar os efeitos da aplicação de uma sequência didática para o ensino de razão e proporção, e suas potencialidades em relação à participação e desempenho dos alunos quanto à aprendizagem destas noções. O estudo foi baseado no ensino por atividades de Sá (2009), a qual buscou proporcionar ao aluno, momentos de construção do conhecimento, por meio de redescobertas de princípios e propriedades Matemáticas.

Apoiada na metodologia de Engenharia Didática, Batista (2018) realizou análises prévias composta por um levantamento histórico acerca da proporcionalidade, que corresponde à análise preliminar baseada no desenvolvimento das noções de razão e proporção propriamente dito, para em seguida realizar uma intervenção com dois grupos, a saber: 100 professores de Matemática e 100 alunos de escola pública.

A pesquisa foi realizada por meio da aplicação de questionários, para os quais professores opinaram sobre os processos de ensino e aprendizagem de razão e proporção, o que se classifica como uma análise institucional utilizada para a construção da Engenharia Didática.

A Engenharia Didática foi aplicada ao grupo de cem alunos e permitiu que a autora concluísse que a utilização dessa metodologia foi positiva tanto para o processo de ensino como de aprendizagem das noções de razão e proporção pelos alunos, como ainda, motivado as participações nas sessões e auxiliado na apresentação das tarefas pelos alunos.

Ainda, foi possível identificar que tanto a linguagem Matemática como as representações algébricas, referentes ao estudo das noções de razão e proporção, se mostraram mais próximas das exigências formais de desenvolvimento e justificativa do trabalho matemático.

Assim, considerando as pesquisas e estudos nos quais se discutem as noções de razão e proporção na Educação, observamos a necessidade de abordar e estudar mais atividades em sala de aula aplicadas à realidade do aluno, o que dá indícios sobre a importância de estudos sobre o tema, mais especificamente, analisar atividades baseadas em um PEP em que, a partir dos questionamentos dos alunos, seja possível alimentar uma discussão e reflexão, apresentando uma resposta para a questão geradora.

A partir do nosso objetivo da pesquisa, que foi analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas num Percorso de Estudo e Pesquisa, consideramos o desenvolvimento de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), para dar suporte ao caminho das atividades propostas no PEP desenvolvido.

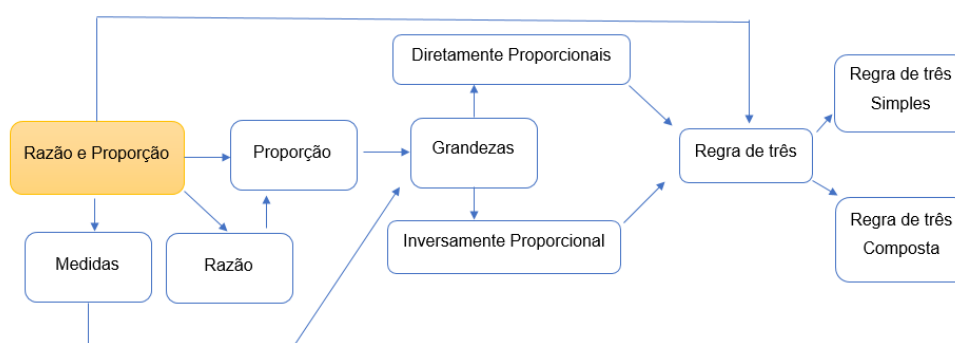
O MER foi esboçado ao mesmo tempo em que pensávamos as atividades do PEP e, também, durante a aplicação do PEP com os alunos participantes da pesquisa. Este MER dá base ao nosso modelo didático, pois a partir dele, desenhamos as

atividades propostas para cada sessão do nosso PEP. O MER refere-se a algo flexível, podendo ocorrer modificações de acordo com as respostas esperadas para a questão inicial, incluídos novos caminhos, que dependem da identificação de novas praxeologias, ou seja, ele tem a mesma função da análise a priori.

O MER foi esboçado antes do desenvolvimento do PEP e está interligado à sua construção, pois quando tentávamos avançar na aplicação do PEP, conhecíamos outros caminhos a serem seguidos que remetiam à reconstrução do MER, o que resultou num trabalho foi sendo desenvolvido de forma paralela.

A construção do MER apresenta um mapa ampliado de como as praxeologias matemáticas, especificamente, de noções de proporcionalidade, estão interligadas. A seguir apresentamos nosso MER.

Figura 1 - Modelo Epistemológico de Referência



Fonte: a autora (2021).

Para construção do MER, conjecturamos que os domínios das noções de proporcionalidade podem ser abordados a partir de questões geradoras, que podem gerar outras questões. Isso vai ao encontro com as ideias de Chevallard e com o modelo didático proposto nesta pesquisa, desenvolvido à luz da TAD.

Podemos relacionar ao nosso MER as noções intramatemáticas, que correspondem a praxeologias matemáticas e extramatemáticas, praxeologias que não fazem parte do domínio da Matemática, mas que podem aparecer em problemas e nas variáveis inseridas nas situações.

Os termos utilizados no MER auxiliam na compreensão das noções que podem aparecer na busca pela resposta da questão geradora inicial e a tentativa de trabalhar com eles utilizando praxeologias já existentes para a aluno.

Ressaltamos que o trabalho com estas supostas noções pode não ser apenas aqueles fornecidos pela situação, mas também com conhecimentos que os alunos podem propor para tentar responder ao questionamento.

O MER exposto na figura 1 traz interligações com flechas para temas e noções pertencentes ao domínio da proporcionalidade. O sentido da seta não corresponde a uma obrigatoriedade do sentido que as situações.

Posto isto, acreditamos que o aluno para compreender as noções de razão e proporção deve conhecer primeiramente unidades de medidas, definição de razão e aplicação do cálculo de proporções. O uso de medidas, comparações, capacidades, entre outros, pode contribuir ao aluno para compreensão das noções de proporcionalidade.

Na sequência, após domínio dessas noções, esperamos que o aluno mobilize-os para compreensão das grandezas, diretamente e inversamente proporcionais, resultando na aplicação da regra de três simples e composta.

Assim, o MER, a partir de sucessões de praxeologias, para elaboração de respostas parciais a uma questão problemática inicial, pode desenvolver a análise e o projeto didático considerando os sistemas de referências relativos e transitórios para a pesquisa.

Para melhor compreendermos o tema em estudo nesta pesquisa, o próximo capítulo trará um levantamento bibliográfico sobre pesquisas com o PEP.

3 PESQUISAS SOBRE O PEP

De acordo com algumas pesquisas apresentadas no capítulo anterior, o domínio da proporcionalidade é considerado um dos mais importantes em Matemática, por ser um campo conceitual desenvolvido com os alunos desde o Ensino Fundamental - Anos Iniciais e ampliado até o final do Ensino Superior.

Além disso, trata-se de um saber que serve de conhecimento prévio para a introdução de novos conhecimentos. Assim como propiciar a articulação com saberes intra e extra matemáticos, tratando de um domínio importante para o estudo de um Percurso de Estudo e Pesquisa.

O interesse de estudar proporcionalidade por meio de um PEP se justifica pela sua aplicabilidade, o que pode conduzir os alunos a uma grande diversidade de questões a partir de uma questão geradora, no nosso caso, a questão: *Vamos elaborar um piquenique, como escolher três alimentos saudáveis?*

Após essa rápida justificativa sobre o domínio de estudo da nossa pesquisa e da questão geradora associada à metodologia de intervenção e tendo apresentado pesquisas sobre esse domínio, mais particularmente, ao setor de proporcionalidade, que foi desenvolvido em função de sua indicação para ser trabalhado no 7º ano do Ensino Fundamental, passamos a uma breve descrição de pesquisas que tratam especificamente dessas noções e, em particular, aquelas que utilizam a metodologia PEP ou AEP em seu desenvolvimento.

Para essa revisão bibliográfica, apoiamos-nos em pesquisas a partir de teses, dissertações, publicações em evento e periódicos.

A pesquisa de Oliveira (2009), sobre as noções de razão e proporção realizada com alunos do Ensino Fundamental – Anos Finais, ressalta que os conhecimentos adquiridos durante essa etapa escolar são utilizados tanto na disciplina de Matemática e outras áreas do conhecimento, como em situações do dia a dia ao longo da vida de uma pessoa, o que já foi apresentado na introdução dessa pesquisa e que está sendo revisitado, porque corresponde a uma condição importante para o nosso estudo.

Da mesma forma, destacamos o estudo de Lesh, Post e Behr (1988), já apresentado na introdução, pois os autores consideram que os alunos ao estudarem as noções de razão e proporção desenvolvem um raciocínio proporcional complexo,

que envolvem várias comparações, além da capacidade de registrar e utilizar mentalmente diversas informações.

Outra pesquisa já apresentada é a de Oliveira (2009), que indica ser a aquisição dessas noções e a forma como os alunos resolvem problemas de razão e proporção um fator de dificuldades para os alunos, o que, segundo o autor, necessita de estudos que indiquem novas formas de ensinar que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Trata-se, portanto, de propor novos métodos de ensino que, se utilizados pelos professores de forma adequada, possam proporcionar aos alunos momentos de discussões reflexivas e construtivas, em particular aquelas que podem ser aplicadas em situações reais e em outras áreas do conhecimento.

Considerando as reflexões já apresentadas pelos pesquisadores anteriormente mencionados, as diversas formas de como ensinar os conceitos matemáticos já apresentadas em trabalhos de Educação Matemática e a necessidade de um ensino e aprendizagem, mais particularmente relacionado às noções de razão e proporção, a presente pesquisa tem como proposta aplicar uma metodologia de ensino, que aproxime a Matemática cada vez mais da realidade do aluno, por meio do que Yves Chevallard (2005) denomina questionamento do mundo.

Nesse momento, apresentamos que Chevallard (2005) parte desta necessidade, ou seja, de introduzir novas formas de trabalho com a Matemática no processo de ensino e aprendizagem, com objetivo de gerar mudanças de paradigmas e a introdução de organizações didáticas, propondo assim uma Engenharia Didática centrada no questionamento do mundo e por ele denominada Percurso de Estudo e Pesquisa, ou seja, o PEP.

Segundo o pesquisador, um PEP possibilita a introdução e o desenvolvimento de diferentes noções por meio de um questionamento que parte de uma questão inicial de caráter gerador de novas questões, podendo ser especificamente Matemáticas ou relacionadas a outras disciplinas.

Tal situação corresponde a questionamentos levantados pelos próprios alunos, de forma que sejam os responsáveis pelo seu desenvolvimento e o professor seja mediador da situação, propondo materiais de estudo ou mesmo apresentando determinadas noções quando necessário, em que o aluno é o responsável pela pesquisa de uma resposta a questão inicial e o professor o orientador dessa pesquisa.

Assim, acreditamos que, a partir do desenvolvimento de um PEP em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, com relação às noções de proporcionalidade aplicados a um problema do mundo, mais particularmente do cotidiano dos alunos, esses possam descobrir, por exemplo, quais os alimentos saudáveis quando se consideram elementos com sódio, açúcares e gorduras nos alimentos processados que eles, em geral, consomem diariamente.

Desse modo, pode-se compreender como os alunos se relacionam com as diferentes quantidades presentes nas porções indicadas nos alimentos e a preocupação com a saúde, que tem sido constantemente objeto de preocupação em função dos altos índices de obesidade entre crianças e jovens. Além disso, podemos motivar o estudo das noções de proporcionalidade e auxiliar os alunos em escolhas mais adequadas dos alimentos que consomem diariamente.

Esta proposta de PEP foi pensada a partir de estudos que procuram uma forma de abordagem para noções Matemáticas, que possam motivar os alunos e auxiliá-los a compreender não somente o conceito em si, mas também suas possíveis aplicações intra e extra Matemáticas.

Ressaltamos, também, que estudos empregando essa metodologia PEP são relativamente recentes na pesquisa acadêmica, o que revelam lacunas a serem estudadas, em específico, nas que envolvem o conceito de proporcionalidade, o que também se configura em um campo novo de investigação na área da Educação Matemática.

Godino e Batanero (1999) indicam que as relações de dependência entre expressão e o conteúdo matemático podem ser do tipo: representacional, em que um objeto é colocado no lugar de outro para um determinado objetivo; instrumental, se um objeto usa o outro ou outros como instrumento; estrutural, quando dois ou mais objetos compõem um sistema do qual emergem novos objetos.

Desse modo, em relação ao objeto matemático proporcionalidade, podemos considerar a relação de dependência representacional quando objeto matemático proporcionalidade é tratado por meio da regra de três, a qual corresponde a uma das representações que permite o cálculo da quarta proporcional.

Já a relação de dependência instrumental pode ser associada ao estudo da função linear que, muitas vezes, é tratada por meio da regra de três, o que parece ser um instrumento mais simples e incorporado aos conhecimentos prévios dos alunos.

A relação estrutural remete-se quando a noção de proporcionalidade direta e inversa é utilizada para justificar e compreender fenômenos como por exemplo, a noção de força elétrica que é diretamente proporcional às cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas, o que conduz à constante de proporcionalidade que, por sua vez, necessita da articulação entre saberes matemáticos e físicos para os quais as unidades de medida de Força, cargas elétricas e distância têm um papel essencial, o que nos conduz à advertência feita por Artaud (2019) e apresentada na introdução desse trabalho.

O exemplo acima confirma a importância do papel da representação e sua relação com a forma como os objetos matemáticos são utilizados, ou seja, os tipos de objetos como, situações-problema, conceitos e argumentos, que permitem um refinamento da análise do significado de práticas, que facilitam o estudo da manipulação de ostensivos⁵ e não-ostensivos⁶ matemáticos com o pensamento a partir de práticas.

As noções de objetos ostensivos e não ostensivos serão definidas de forma mais precisa posteriormente na nossa pesquisa e seguidas de exemplos quando da apresentação do referencial teórico da pesquisa.

Pensando nisso, juntamente com utilização de metodologias diferenciadas, com o objetivo de atingir às necessidades do processo de ensino e de aprendizagem, nos parecem indispensáveis para a compreensão dos conceitos matemáticos, a prática reflexiva e participação ativa do aluno nos processos de construção do conhecimento.

Isso nos conduziu às ideias de Dewey (1978), o qual defende que a aprendizagem ocorre pela ação dos alunos, centrado nos processos de ensino e de aprendizagem. Essa ideia, confirma Freire (1996) que, ao referir-se a tais processos, ressalta que se realizam a partir da interação entre sujeitos por meio de palavras, ações e reflexões.

Após essa apresentação das propostas de alguns pesquisadores que consideram a importância de um processo de ensino e aprendizagem em que o aluno é o protagonista da construção de seu próprio conhecimento, passamos a uma

⁵ Os objetos ostensivos são aqueles que (constituem a parte da atividade que é perceptível pelos órgãos do sentido) permitem manipular os objetos matemáticos ou objetos de outras ciências quando tratados matematicamente.

⁶ Os objetos não-ostensivos são os conceitos, noções ou ideias que são evocados quando da manipulação dos objetos ostensivos.

apresentação de algumas pesquisas que utilizaram a metodologia de Engenharia Didática, fundamentada em um PEP.

Observando que estas não propõem o estudo da proporcionalidade, mas de outros conceitos e noções Matemáticas, sendo assim, importantes para mostrar a evolução dessa Engenharia Didática e sua aplicabilidade para o processo de ensino e aprendizagem de diferentes conceitos e noções Matemáticas e de outras ciências.

Iniciaremos nosso estudo abordando a tese de doutorado de Santos Júnior (2017), que teve como proposta analisar atividades baseadas em um PEP a partir das necessidades de profissionais dos cursos superiores de tecnologia, na área de gestão e negócios, no ensino das noções de juros simples e compostos.

Em sua pesquisa, o autor se fundamentou na TAD de Yves Chevallard, que estudou a ecologia dos setores juros simples e compostos nas instituições consideradas e analisou o didático na experimentação da organização didática de um PEP.

A partir dos resultados produzidos pela análise ecológica, Santos Júnior (2007) construiu um modelo epistemológico de referência (MER) para o estudo do domínio da Matemática Financeira, bem como o apoio dos modelos didáticos de referência, propostos no trabalho no PEP. A aplicação da pesquisa aconteceu em oito sessões de uma hora e foram selecionados 83 alunos de um curso superior de tecnologia em gestão comercial de uma universidade particular do estado de São Paulo.

A partir do PEP proposto, Santos Júnior (2007) identificou as relações pessoais que os alunos participantes da pesquisa tinham com as noções de juros simples e compostos. Ao analisar os documentos oficiais que norteiam a Educação Básica no Brasil com relação ao ensino do domínio da Matemática Financeira, o autor apresentou que no Ensino Fundamental - Anos Iniciais as noções associadas ao domínio da Matemática financeira podem ser abordadas quando do estudo da proporcionalidade.

Já nos Anos Finais, estima-se que seja dada atenção ao ensino dos setores juros simples e compostos. Com relação ao Ensino Médio, o autor descreve que a orientação é que as noções associadas ao domínio da Matemática Financeira sejam abordadas a partir de temas sobre funções exponenciais e logarítmicas, e que não há indicação da integração entre os setores juros compostos e progressões geométricas.

O estudo realizado em documentos que regulamentam os cursos superiores de tecnologia não apresentou indicações de temas ou tópicos associados ao domínio da

Matemática Financeira que poderiam ser abordados no Ensino Superior. Neste sentido, o autor considerou que os documentos em relação ao domínio da Matemática Financeira apresentam uma ênfase de caráter profissional integrado a outras áreas de conhecimento.

Ao realizar análise dos livros didáticos, Santos Júnior (2017) trouxe indícios do saber a ser ensinado, em que no Ensino Fundamental - Anos Finais, as atividades de juros simples e compostos necessitam de conhecimentos relacionados às operações numéricas, não enfatizando na resolução de equações como técnica de solução das atividades, mas sim a partir de uma abordagem com ostensivos numéricos. Já no Ensino Médio, ao revisar as noções de juros simples e compostos em livros didáticos, o autor identificou que os domínios de álgebra são utilizados como foco para resolução de atividades.

No livro analisado, do Ensino Superior, o autor apresentou que os setores juros simples e compostos trazem mais noções associadas à área, no qual desenvolve temas de sequências de pagamentos, taxas equivalentes, amortização, equivalência de capitais, entre outros.

Assim, após a análise dos documentos norteadores e do livro didático, o autor enfatiza que a formação dos tecnólogos da área de gestão necessita de uma formação, não somente com base em problemas que priorizam os procedimentos matemáticos e se distanciam das atividades reais inerentes à profissão, mas situações que possam ser vivenciadas na enfrentadas no âmbito profissional.

Neste sentido, Santos Júnior (2017), com intuito de aplicar os conceitos da Matemática Financeira com os alunos de um curso superior de tecnologia em gestão comercial, desenvolveu um PEP conduzido a partir da seguinte questão inicial: como decidir o tipo de empréstimo para uma empresa?

De acordo com o autor, durante a realização do PEP, foi possível observar a visita a tópicos, temas e setores associados ao domínio da Matemática financeira pelos alunos. O autor concluiu que a análise das relações pessoais de um profissional da área de gestão e negócios com as noções de juros simples e compostos não está pronta e acabada, ou seja, ela está sujeita a interferência de outras noções não pertencentes ao seu domínio, uma vez que responde às necessidades da sociedade.

Outro trabalho refere-se ao de Matheron e Noirfalise (2007), o qual teve como objetivo devolver o sentido às Matemáticas ensinadas no *collège* (alunos de 10 a 14 anos) e *lycée* (alunos de 15 a 17 anos). Os autores refletem sobre a situação do ensino

de Matemática na França e analisam diversas atividades das propostas pelos autores não têm significado para os alunos.

Matheron e Noirfalise (2007) propõem duas atividades sobre questões problemas, geradoras de estudo e de pesquisa. A partir de uma AEP (Atividade de Estudo e Pesquisa) aplicada à uma classe de *cinquième* (alunos entre 12 e 13 anos), foi possível motivar o estudo da geometria dos triângulos por meio de questões problemáticas que gerem o estudo e a pesquisa

Os alunos tiveram que determinar o comprimento de um segmento, em que não é permitido exceder a margem do rio. No desenvolvimento das atividades, os alunos tinham à disposição, para resolver a questão, instrumentos geométricos e um caderno para anotações de suas observações.

Matheron e Noirfalise (2007) concluíram que os alunos não traçaram um ponto e nem fizeram os registros necessários para traçar um triângulo, o que resultou na necessidade de explicação de como eles poderiam desenvolver esta questão e a proposta de outras questões na perspectiva de alimentar a discussão dos temas envolvidos de outra forma e de maneira mais dinâmica.

Logo, outra questão proposta foi “dobre uma folha colocada na mesa, e desenhe um triângulo cujos lados medem 9,5 cm, 8 cm e 6,5 cm. Sem se movimentar, você pode descobrir os ângulos deste triângulo?” (MATHERON; NOIRFALISE, 2007, p. 9).

Após a questão sugerida, os pesquisadores observaram que os alunos traçaram com régua e compasso o triângulo pedido, verificaram que os triângulos poderiam ser sobrepostos e descobriram a medida dos ângulos. Na sequência, os autores propuseram outras questões sobre este tema e foi possível observar que, nas atividades os alunos buscaram soluções, além de surgirem indagações a partir do contato com o trabalho de construção.

Para Matheron e Noirfalise (2007), esse tipo de trabalho, desenvolvido a partir de uma AEP, pode ser benéfico ao ensino, uma vez que torna o aluno atuante no processo de estudo das possíveis respostas e as responsabilidades do estudo são divididas entre alunos e professor.

Outro trabalho que aborda a utilização do PEP é de Rodríguez, Bosch e Gascón (2007), qual teve como objetivo mostrar como a TAD aborda os problemas metacognitivos⁷ e reformulá-los em termos da Matemática e de praxeologia didática.

O estudo foi desenvolvido com um grupo de 14 alunos, na faixa etária de 16 e 17 anos. Foi proposta inicialmente, a seguinte questão: *qual empresa de telefonia móvel a tarifa é melhor para cada pessoa?* Para os autores o trabalho com esse questionamento pode trazer consequências na vida dos alunos e uma oportunidade para os conhecimentos matemáticos aparecerem (RODRÍGUEZ; BOSCH; GASCÓN, 2007).

Na primeira parte do desenvolvimento do PEP, encontrou-se uma dificuldade com relação à mudança do contrato didático⁸, ou seja, o professor não conseguia dividir as responsabilidades com os alunos, pois ele os ajudava, ao invés de esperar que eles criassem suas respostas e formassem questões para atingir o objetivo proposto pela questão.

Na segunda parte, o professor já sabia mediar suas ações, esperando os alunos levantarem outras questões que gerassem discussões e conclusões sobre o que se tentava responder a partir do PEP.

Os autores também avaliaram a evolução dos conhecimentos dos alunos participantes, por meio de uma prova escrita, em que o objetivo era comparar tarifas telefônicas com alguns planos diferenciados, que ofertavam pacote de chamadas em preço reduzido, além de valores diferenciados para o pagamento por segundo no primeiro minuto.

Ao analisar o estudo de Rodríguez, Bosch e Gascón (2007), verificamos, a partir da proposta do trabalho, algumas situações de atenção ao desenvolver uma organização didática. A primeira delas foi a necessidade de se preocupar em considerar o aluno como colaborador do desenvolvimento da organização.

Em relação ao segundo, observamos que os autores também se preocuparam em fazer uma avaliação da atividade desenvolvida, tanto na perspectiva do que foi pedido na questão, como na forma de trabalho introduzida pelo PEP, apresentando resultados favoráveis para o desenvolvimento de atividades baseadas no PEP.

⁷ Metacognitivos: capacidade do ser humano de monitorar e auto regular os processos cognitivos (FLAVELL, 1987).

⁸ Contrato didático: O contrato didático é definido por Guy Brousseau (1982) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.

Neste sentido, os autores ressaltam também que, ao aplicar a organização didática PEP diante da mudança do contrato didático habitual, os alunos passaram a olhar a Matemática proposta pelo PEP como algo diferente daquilo desenvolvido em uma aula tradicional.

Assim, de certa forma, consideramos que tal situação nos remete ao que Chevallard (2007) intitula como a monumentalização dos saberes, em que deixa de ser praticado o ensino de Matemática baseado na contemplação das obras - matemática da sala de aula, e proposta uma Matemática baseada no estudo e pesquisa - matemática do PEP (RODRÍGUEZ; BOSCH; GASCÓN, 2007).

Conforme apresentamos neste capítulo, o desenvolvimento de um PEP em sala de aula pode contribuir para o ensino de Matemática de forma articulada, aplicada ao contexto do aluno, bem como induzi-lo a questionamentos e caminhos próprios para solucionar um problema. Porém, o PEP uma metodologia, sobre o qual existe um número reduzido de pesquisas.

Na sequência, apresentamos o referencial teórico da pesquisa para o qual serão considerados exemplos associados ao domínio da proporcionalidade e ao tema razão e proporção.

4 REFERENCIAL TEÓRICO

Com base no objetivo desta pesquisa, que foi analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas num Percurso de Estudo e Pesquisa, o referencial teórico central está fundamentado na Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A TAD, proposta por Yves Chevallard e seus colaboradores, trata-se de uma teoria criada na área da Didática da Matemática francesa, com o objetivo de propor e analisar situações de ensino e aprendizagem sobre a Matemática escolar. Tal teoria foi elaborada a partir da necessidade de ampliação da Teoria da Transposição Didática, desenvolvida pelo mesmo autor, partindo da noção de praxeologia que, de acordo com Chevallard (1999), é composta por dois blocos: um denominado saber-fazer composto por tipos de tarefas e técnicas e o outro, bloco do saber, composto pela tecnologia da técnica e pela teoria.

Assim, partindo da definição do bloco saber-fazer, o autor explicita que este é composto por: tipos de tarefas (T) que para serem executadas, necessitam de técnicas (τ). Contudo, as tarefas e técnicas não sobrevivem isoladamente, dependendo também de uma tecnologia (θ) que será justificada pela teoria (Θ).

Chevallard (1999) denomina organização praxeológica ou praxeologia a quádrupla composta por estes quatro elementos: tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teoria e representada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$. O pesquisador observa que as técnicas permitem desenvolver os diferentes tipos de tarefas, necessitando de uma tecnologia que as tornem compreensíveis e que as justifique, o que o autor denomina tecnologia da técnica, da mesma forma essa tecnologia precisa ser compreensível e justificada, o que corresponde a uma tecnologia da tecnologia, denominada pelo autor de teoria.

Por exemplo, uma tarefa que tem como propósito determinar a razão entre duas grandezas:

Tipo de tarefa: determinar a velocidade média de um automóvel que percorre 200 Km em 3 horas.

Técnica: utilizar a fórmula da velocidade média: $V_m = \frac{\Delta S}{\Delta T}$ e determinar a razão entre espaço percorrido e tempo.

Tecnologia: noção de velocidade média (Física) e Noção de razão entre duas grandezas.

Teoria: cinemática (velocidade média, movimento uniforme) e aritmética. Observamos que, em Física, o resultado será apresentado por meio de um número, em geral na representação decimal, seguido da unidade km/h.

Em Matemática, precisamos de atenção para a apresentação do resultado que, em geral, é dado por um número representado na forma de fração e sem a respectiva unidade de medida de velocidade. Apesar de parecer evidente, muito alunos não relacionam o que aprendem em Matemática com os saberes desenvolvidos nas aulas de Física, por exemplo.

Ressaltamos, aqui, a pesquisa de Artaud (2019), que chama a atenção para a questão de as unidades de medida acompanharem os resultados das tarefas associadas ao domínio das grandezas e medidas.

Observamos, também, que tais conceitos podem desenvolver a interdisciplinaridade, que pressupõe novos questionamentos e buscas, visando compreender a própria realidade, possibilitando a aquisição do conhecimento por parte do indivíduo e agregando contribuições de outras disciplinas.

De acordo com Terrada (2011), a palavra interdisciplinaridade é formada por três termos: *inter*, que significa ação recíproca; *disciplinar*, que diz respeito à disciplina, do latim *discere* – aprender, *discipulus* – aquele que aprende e o termo *dade* – corresponde à qualidade, estado ou resultado da ação.

A TAD é uma teoria em desenvolvimento que vem sendo construída a partir da introdução da noção de transposição didática na década de 80, um de seus elementos é a noção de ecologia que já definimos na introdução. Observamos apenas que Chevallard (2002, 2002a) introduz essa noção para estudar a vida dos saberes nas instituições, que sofrem adaptações às restrições que dependem das instituições onde são trabalhados e que podem estar associadas à economia desses mesmos saberes.

Como já anunciado, o autor empresta a noção de ecologia da Biologia e define *habitat* como o lugar onde vivem os objetos matemáticos considerados, *nicho* como sendo a função que esses objetos ocupam em cada um de seus *habitats* e meio (*milieu*) como o conjunto dos objetos para os quais a relação institucional é estável e não problemática.

O *milieu* é defendido por uma intencionalidade didática, e de acordo com Brousseau (2002), ele sem intenções didáticas não é suficiente para induzir no aluno

todo o conhecimento que se espera que ele adquira. Segundo Almouloud (2007), as interações entre o aluno e o *milieu* podem ser apresentados a partir de termos teóricos de uma situação didática, que modela a atividade do aluno na construção do conhecimento, independentemente se existe mediação do professor.

Por exemplo, para a noção de proporcionalidade proposta no processo de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental - Anos Finais no Brasil, podemos considerar que seu *habitat* está associado às unidades temáticas números, álgebra e grandezas e medidas, precisando adaptar-se as condições e restrições de vida nesses *habitats*.

Para sobreviver nesses *habitats*, é preciso que a noção de proporcionalidade seja considerada como modelo para a resolução de situações cotidianas e das outras ciências, sem esquecer da articulação Matemática entre as unidades temáticas, ou seja, seu *nicho* está diretamente associado a possibilidade de aplicação em diferentes situações, em geral, evocadas por meio do objeto não ostensivo “regra de três”, que corresponde à igualdade de duas razões conduzindo assim a noção de grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Relacionando o *milieu* com as noções de grandeza direta ou inversamente proporcionais, podemos ter o conjunto dos objetos para os quais a relação institucional é estável, ou seja, como está sendo organizado pelo professor a situação para provocar um conhecimento específico ao aluno. Ou seja, o professor ao organizar o *milieu*, a partir da aplicação de um PEP, o conhecimento a ser aprendido e o conhecimento prévio dos alunos pode ajudá-los a responder à questão inicial e interpretar as respostas do *milieu*.

Outra noção importante da TAD para o nosso estudo é a de objetos ostensivos e objetos não ostensivos introduzidos por Chevallard (1994) e revisitados e ampliados por Bosch; Chevallard (1999) que, após considerarem que em toda atividade humana somos chamados a realizar diferentes tipos de tarefas, o que os conduziu a definição da noção de praxeologia.

É a noção de praxeologia que conduz Chevallard (1994) a se questionar sobre a composição das técnicas e como elas permitem a execução dos tipos de tarefas. Sendo assim, o autor se colocou as seguintes questões:

Do que é feita uma técnica?

De que ingredientes ela é composta?

Em que consiste a “execução” de uma técnica?

Para responder essas questões, Chevallard (1994) e Bosch; Chevallard (1999) estabeleceram a distinção fundamental entre dois tipos de objetos: os objetos ostensivos e os objetos não ostensivos. Sendo assim, os autores definem objetos ostensivos como aqueles que têm uma forma material, sensível, ou seja, aqueles que permitem manipular as técnicas.

Exemplos:

Um objeto material (uma caneta, um compasso, etc.) é um ostensivo;

Os gestos são ostensivos gestuais;

As palavras, e, mais genericamente, o discurso são ostensivos discursivos;

Os esquemas, desenhos, grafismos são ostensivos gráficos;

As escritas e os formalismos são ostensivos escriturais.

Segundo Chevallard (1994) e Bosch e Chevallard (1999) as características dos objetos ostensivos são a de manipulação das técnicas. Essa característica os conduziu a considerar que se trata de uma manipulação no sentido amplo da palavra, pois tanto podemos manipular estritamente um compasso, uma caneta, etc., como por meio da voz, do olhar, dos gestos, entre outros.

Ao contrário dos objetos ostensivos, os não ostensivos são os que denominamos usualmente de noções, conceitos, ideias, etc., não podem ser manipulados, mas podem ser evocados por meio da manipulação dos ostensivos associados.

Os autores ressaltam que sendo a função dos objetos ostensivos de manipular as técnicas, que ao mesmo tempo exigem a evocação dos objetos não ostensivos, induzem uma dialética necessária entre eles. Portanto, a manipulação de um objeto ostensivo é necessariamente acompanhada da evocação de um objeto não ostensivo.

Por exemplo, quando por meio do ostensivo oral ou escrito indicamos para os alunos que podemos aplicar a “regra de três” para resolver um determinado tipo de tarefa, o objeto “regra de três” tem ao mesmo tempo a função de objeto ostensivo (permite manipular) e não ostensivo (representa uma ideia), o que indica a natureza dialética entre esses objetos.

Observamos ainda que, ao mencionar as palavras “grandezas diretamente” ou “inversamente proporcionais”, estamos nos referindo ao não ostensivo enquanto ao solicitar que “verifiquem se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais”, trata-se do ostensivo que será aplicado por meio da noção de “regra

de três” ou da noção de função linear para desenvolver a técnica que permite resolver a tarefa considerada.

Essa função de manipulação e evocação quando da solução de um tipo de tarefa, conduz Chevallard (1994) a mostrar a existência de uma dialética necessária, entre objetos ostensivos e objetos não ostensivos, pois os ostensivos são manipulados por meio de regras, cuja distinção é feita pelos não ostensivos, enquanto que os não ostensivos são evocados por meio da manipulação dos ostensivos, ou seja para manipular é preciso evocar e para evocar é necessário manipular.

Desse modo, podemos explicitar ainda que para o objeto não ostensivo “regra de três” que é representado pelo objeto ostensivo igualdade entre duas razões, é preciso evocar os objeto não ostensivos razão e igualdade de duas razões, representados respectivamente pelo objeto ostensivo a/b , com b diferente de zero, que corresponde à representação do objeto não ostensivo fração, ou ainda, objeto ostensivo algébrico de número racional e na sequência considerar a igualdade de dois objetos ostensivos algébricos.

Ressaltamos que a identificação dos diferentes ostensivos possibilita relacionar os diferentes não ostensivos: fração, número racional, razão, proporção, que correspondem a não ostensivos introduzidos no Ensino Fundamental - Anos Iniciais e Finais para o estudo das grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Esclarecemos que Chevallard (2007) indica que um aspecto fundamental da ecologia das organizações praxeológicas é associá-la à noção de motivação de uma praxeologia. Segundo o autor, no decorrer dos movimentos transpositivos⁹ se criam e se rompem cadeias tróficas (cadeias alimentares) nas quais uma praxeologia se alimenta da outra, de forma a sobreviver na instituição que lhe serve de *habitat*.

Por exemplo, ao considerarmos a Base Nacional Comum Curricular, podemos identificar alguns movimentos transpositivos partindo do 5º ano do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, pois é nesse momento que está sendo indicado o estudo do objeto ostensivo representação decimal na unidade temática Números, grandezas diretamente proporcionais na unidade temática álgebra e relações entre área e perímetro na unidade temática Grandezas e Medidas.

⁹ Transpositivo: Os processos transpositivos – didáticos e mais genericamente, institucionais – são, imagina-se, a mola essencial da vida dos saberes, de sua disseminação e de sua funcionalidade adequada (CHEVALLARD, 1991).

Essa proposta precisa ser considerada, uma vez que no 6º ano irá alimentar praxeologias associadas à ideia de proporcionalidade sem regra de três, para a unidade temática números. Razão entre partes, para a unidade temática da Álgebra e resolução de problemas, envolvendo medidas relacionadas às grandezas de comprimento, massa, tempo, temperatura, área, volume e capacidade, o que indica a importância de articulação entre conceitos e noções tratados nas diferentes unidades temáticas, em particular, nas unidades temáticas: números, álgebra e grandezas e medidas.

Desse modo, segundo o autor é preciso distinguir a ecologia praxeológica de sua economia, pois as escolhas pessoais e, mais genericamente, institucionais visam controlar as cadeias tróficas e as redes tróficas, de forma a não estender os complexos praxeológicos, permitindo assim uma difusão mais econômica.

Isso nos conduz a considerar a análise das condições e restrições da didática, isto é, a estudar a ecologia, a economia e os efeitos em termos de aprendizagem institucionais e pessoais, o que pode ser observado no exemplo anterior, que indica a importância de articular os saberes a ensinar indicados na BNCC (BRASIL, 2018), de forma a torná-los ecologicamente e economicamente viáveis para o desenvolvimento dos saberes nas instituições, de maneira que possam alimentar as relações pessoais desenvolvidas pelos alunos, ou seja, suas aprendizagens pessoais.

Segundo Chevallard (2007), para que o estudo das condições e restrições seja eficaz é preciso considerar também o que ocorre em uma classe, que muitas vezes não foram criadas pelo professor e que não respondem a intenções didáticas claramente identificáveis.

Aqui, pensando na realidade atual, por estarmos em um momento diferenciado em termos do processo de ensino e aprendizagem, podemos utilizar o exemplo das aulas remotas propostas por Secretarias de Educação de alguns estados, que foram construídas pelos especialistas, sem a participação dos professores e que parecem indicar dificuldades de compreensão sobre o trabalho a ser realizado tanto pelos professores como pelos alunos.

Em algumas escolas de São Paulo, por exemplo, alguns professores corrigem as tarefas propostas pelos especialistas sem contato com os alunos, o que não permite a identificação do progresso desses alunos, uma vez que o professor recebeu um material que pode não estar adequado ao seu grupo de alunos, pois o tratamento dado é centrado na ideia que o conhecimento prévio dos alunos é homogêneo e que

esses mesmos alunos são capazes de mobilizar conhecimentos anteriores sem a necessidade de uma revisita, o que, em geral, não corresponde à realidade.

Desse modo, voltando aos princípios da TAD, em que Santos Júnior (2017) aponta ser uma teoria que não foi desenvolvida para esclarecer o aprender ou o ensinar Matemática, mas em como se pode interpretar, estudar e analisar o conjunto formado pelas atividades humanas sem que estes sejam isolados das instituições sociais.

O exemplo anterior coloca em evidência a possibilidade de interpretação, estudo e análise, pois ele, mesmo não tendo sido tratado ainda por uma pesquisa específica, nos indica que existem condições e restrições associadas a essa proposta, que impõem pesquisas futuras para que possamos compreender as dificuldades de professores e alunos para o ensino de Matemática.

Com relação às atividades e evoluções humanas, entendemos que estas envolvem conhecimentos matemáticos que surgem como uma resposta às situações problemáticas, resultando em uma praxeologia Matemática ou organização Matemática. Mas, para melhor compreensão da TAD além das ferramentas teóricas, acredita-se que seja necessário detalhar sobre algumas noções específicas como, instituições (I), indivíduos (x), objetos (o), e suas relações.

Observamos que instituições (I), indivíduos (x), objetos (o) são os elementos primitivos da TAD, que foram identificados por Chevallard (1992), para introduzir a TAD explicitando que se trata de uma teoria definida de forma quase axiomática. Esses elementos primitivos permitem que o autor defina as noções de relação institucional e pessoal à um objeto (o).

Outro termo proposto na TAD (ARTIGUE et al., 2010) trata-se da dialética *média-milieux* (mídia-meios), a qual se refere ao processo de construção do conhecimento à medida que a mídia fornece novos dados ou informações para desenvolvimento de uma determinada atividade, em que o meio é capaz de validar tais informações.

Neste sentido, para a TAD, a existência da utilização de uma dialética mídia-meios em uma PEP, por exemplo, pode ser uma condição para sairmos da ideia que o estudo de algo se resume a uma simples cópia das respostas previamente estabelecidas por diversas instituições (ARTIGUE et al., 2010).

Antes de definir as relações institucional e pessoal, nos parece importante observar que Bosch (1994) também descreve que as práticas sociais estão formadas

por instituições como, cultura, família, uma região, um sistema de ensino, entre outros, que, de acordo com Chevallard (2003), refere-se a um dispositivo social que possibilita o trabalho com diversos temas.

Com relação ao sujeito, trata-se de um indivíduo concreto que recebe o nome de pessoa e que se sujeita a determinadas instituições. Bosch (1994) ressalta, ainda, que o sujeito remete a uma teoria humanista, que tem como propósito analisar o que ocorre nas instituições.

A partir dos elementos primitivos e da importância das sujeições dos indivíduos às diferentes instituições que ele se submete, Chevallard (2003) refere-se à composição por um indivíduo “x” e do sistema de relações pessoais associadas às instituições que ele se submete, para introduzir a noção de relação pessoal de um sujeito x a um objeto “o”, representada por $R(x, o)$.

Voltando à noção primitiva e fundamental para a teoria que é a noção de objeto, Bosh (1994) esclarece que são eles os materiais de base definidos por Chevallard (1992) para desenvolver a TAD, portanto, correspondem a uma da construção teórica, representando assim uma entidade que pode existir para ao menos um indivíduo.

As coisas materiais, as ideias, concepções, pessoas e instituições, todos são considerados objetos desde que, exista ao menos para um indivíduo que os reconheça. Em resumo, todo resultado intencional da atividade humana é um objeto, ou seja, na TAD tudo é objeto, incluindo as pessoas.

Para Chevallard (2003), ao existir a relação pessoal do indivíduo “x” com um objeto “o”, denotada por $R(x, o)$, considera-se a existências de todas as possíveis interações entre si, desde manipulações, experimentos, pensamento, entre outros. A partir das noções primitivas expostas até aqui e da definição de relação pessoal a um objeto o, pode-se refletir sobre como um indivíduo “x” tem conhecimento ou não de um objeto “o”, inserido em uma instituição “I”, sendo necessário harmonizar a relação de “x” com o objeto “o” e com a instituição “I”. Assim, um indivíduo “x” muda constantemente suas relações pessoais por meio de contatos com novos objetos “o” e ou com diferentes instituições “I”.

Diante disso, em nosso estudo, para identificar tais relações institucionais, serão realizadas pesquisas sobre os tópicos de razão e proporção associados à introdução do domínio da proporcionalidade, por meio do setor grandezas direta e inversamente proporcionais.

Essas pesquisas estão sendo desenvolvidas em documentos oficiais e livros didáticos, indicados para serem utilizados em turmas do 7º ano do Ensino Fundamental, que consideramos como sendo as relações institucionais que, em geral, os alunos dessa etapa escolar se submetem.

Acreditamos que, a partir dessa identificação, é possível desenvolver atividades por meio de questionamentos que visam compreender como as relações institucionais influenciam as relações pessoais dos alunos, incluindo o que podemos esperar como questões e respostas propostas por esses mesmos alunos. Após essa análise, foi proposto um PEP que, de acordo com Martínez (2012), surge da necessidade de fundamentar as praxeologias didáticas das instituições, cujo objetivo parte de um conjunto de questionamentos em busca de resposta.

Para Chevallard (2007), um PEP é uma organização didática que teve sua origem nas AEP, cujo foco é o estudo de questões relacionadas ao mundo e que não se limita a uma única disciplina, conduzindo, em geral, a questionamentos relacionados a outras disciplinas, o que conduz a uma didática codisciplinar.

De acordo com Guadagnini (2018), para elaboração de um PEP, muitas vezes, é necessário percorrer diferentes AEP, de forma que haja integração das diferentes praxeologias Matemáticas, com estruturas mais completas complexas em busca das respostas do PEP proposto. Guadagnini (2018, p. 47), apresenta que:

Um dos objetivos principais da proposta do PEP é introduzir na escola uma epistemologia que permita a substituição do paradigma escolar da monumentalização de saberes por um paradigma de questionamento do mundo, para dar sentido ao estudo escolar de Matemática.

Observamos no sistema de ensino atual que a Matemática está cada vez mais distante da realidade do aluno o que, de acordo com Chevallard (2007), pode ser denominado de monumentalização dos saberes. O autor cita como exemplo uma visita ao museu no qual um guia vai apresentando as obras sem questionar sua importância ou utilidade, o que também podemos evidenciar no ensino da Matemática.

Assim, entendemos que o desenvolvimento de um PEP depende das praxeologias existentes e, principalmente, da integração de outras praxeologias. São essas praxeologias, tanto Matemáticas quanto didáticas, que irão formar um sistema que permite responder à questão geradora proposta inicialmente, que podem assim demandar aulas expositivas, pesquisas em internet, estudos sobre outras áreas do

conhecimento e discussões com pesquisadores dessas outras áreas para auxiliar a compreensão de praxeologias relacionadas a essa nova disciplina, entre outros.

Desse modo, ressaltamos que os caminhos escolhidos pelos alunos a partir de seus próprios questionamentos irão alimentar o PEP e indicar qual a melhor estratégia para responder as questões derivadas, até chegar a resposta R. A questão geradora no PEP deve ser dinâmica, abordando elementos da comunidade que se propõe a respondê-la e também não deve ter uma resposta direta.

De forma mais objetiva, podemos dizer que a questão Q precisa ser uma questão com a capacidade de evoluir para novos questionamentos ou geradora de novas indagações em busca da resposta “R” (SANTOS JÚNIOR, 2017).

A busca pela resposta “R”, num PEP, evidencia a dialética das mídias e dos meios (CHEVALLARD, 2007), pois é necessário buscar diversas respostas, que são acessíveis às diferentes mídias existentes. No entanto, essas respostas sofrem desconstruções e reconstruções em função das necessidades.

Em consonância com os diferentes meios, Sensevy, Mercier e Schubauer-Leoni (2000) apresentam a ideia de mesogênese do meio de estudo, em que relaciona numa instituição didática à produção de objetos para o meio e ainda a organização das relações aos objetos produzidos (SENSEVY; MERCIER; SCHUBAUER-LEONI, 2000).

Existem também outras duas dialéticas que estão presentes na busca pela resposta “R”, a questão-resposta e a indivíduo-coletivo (CHEVALLARD, 2013). A dialética questão-resposta fornece a descrição do processo de busca pela resposta “R”, ou seja, é possível compreender a composição do tempo didático desenvolvido na busca pela resposta “R”. Tal dialética tem relação com a ideia de cronogênese, a qual está relacionada ao avanço do tempo didático numa instituição didática.

Com relação à dialética indivíduo-coletivo, de acordo com Chevallard (2013), esta corresponde à divisão de responsabilidades no processo de estudo da questão geradora, ou seja, a responsabilidade do coletivo de alunos “x” e de professores “y” no processo de busca pela resposta “R”.

Destacamos que os subgrupos de “x” e de “y” são resultantes do sistema didático “S”, em que o professor não participa de forma ativa, pois as decisões são tomadas nos grupos dos alunos. Esta dialética, que trata das responsabilidades na cena didática, é considerada por Sensevy, Mercier e Schubauer-Leoni (2000) como a topogênese, ou seja, significa a divisão dos encargos numa instituição didática.

Desse modo, observamos que a proposta de trabalho com o domínio da proporcionalidade, a partir do setor grandezas direta e inversamente proporcionais, que é revisitado e ampliado nos anos subsequentes do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior, sendo utilizado nas mais diversas áreas do conhecimento tanto do ponto de vista puramente escolar como do associado a diferentes profissões, torna esse domínio representativo para a proposta de um PEP enquanto organização didática de questionamento do mundo.

Essa possibilidade de aplicação em diversas disciplinas escolares tanto da Educação Básica como do Ensino Superior, assim como sua aplicabilidade em diferentes práticas profissionais, possibilita o tratamento e desenvolvimento de questões associadas às situações atuais.

Acreditamos que a aplicação desta metodologia de ensino em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, possa trazer contribuições para o ensino de Matemática, mas principalmente para os alunos que fizerem parte do grupo, participando da pesquisa, uma vez que esses estudarão uma questão ampla, que lhes permite desenvolver um tema associado ao domínio da proporcionalidade, por meio de questionamentos próprios e vinculados a suas vivências enquanto cidadãos do mundo que o cerca.

Além disso, como já visto anteriormente, considerando que o domínio da proporcionalidade é indicado para ser desenvolvido a partir das diferentes unidades temáticas desde o início do Ensino Fundamental por meio de seus próprios questionamentos, isso poderá conduzi-los a compreender melhor o papel da Matemática no mundo e sua importância para o desenvolvimento pessoal e profissional, nos diferentes campos de estudo em que ela serve de ferramenta para a solução de problemas.

Outra noção importante para o nosso estudo e que auxiliará na análise das propostas institucionais, na compreensão das práticas existentes sobre o estudo e as possíveis aplicações da proporcionalidade, tanto no âmbito escolar como no profissional, são as noções de sistema didático e níveis de codeterminação, ou seja, a responsabilidade dos diferentes atores da ação didática na implementação e desenvolvimento de um sistema didático que, em geral, é proposto por meio de sua organização a partir dos níveis superiores da escala de codeterminação.

Antes de apresentar a noção de sistema didático tal como proposta pela TAD, nos parece importante considerar a noção de noosfera.

A noção de *noosfera*, tal como foi definida por Chevallard (1982), corresponde à esfera na qual pensamos, usando alguns meios diferentes, dos quais como desejamos que funcionasse o sistema didático. Sendo assim, a *noosfera*, segundo o autor, precisa ser composta por representantes do sistema de ensino, sejam eles mandatados ou não.

Um exemplo importante da atuação da *noosfera* no Brasil pode ser a aprovação do FUNDEB¹⁰ permanente, que após anos sendo discutido por parlamentares que se reuniram com diferentes setores da sociedade e procuraram compreender as necessidades dessa garantia para o funcionamento do sistema de ensino brasileiro com suas condições e restrições variadas, construíram um documento, integrando-o a constituição de forma a garantir o CAQ (Custo Aluno Qualidade) para todos os brasileiros.

Ao concluir a descrição e especificidades pertinentes da nossa teoria em estudo, a TAD, na sequência apresentamos a metodologia da pesquisa, que está centrada em atividades desenvolvidas em consonância com o referencial teórico da pesquisa, ou seja, as atividades que serão analisadas por meio de ferramentas definidas pela TAD e as abordagens teóricas que a complementam.

¹⁰ FUNDEB: o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação.

5 QUESTÃO DE PESQUISA, OBJETIVOS E METODOLOGIA

Após a descrição da teoria em estudo, acompanhada de exemplos típicos da cultura escolar, apresentamos a questão de pesquisa, os objetivos e a metodologia empregada na pesquisa.

5.1 Questão de pesquisa e objetivos

Iniciamos a pesquisa a partir da problemática que indica ser a noção de proporcionalidade um saber a ensinar, o qual pode ser trabalhado desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, sendo revisitado e ampliado nos anos subsequentes da Educação Básica, servindo de ferramenta explícita para a introdução de novos saberes, que correspondem aos conhecimentos a serem aplicados pelos alunos tanto para o seu desenvolvimento escolar como profissional.

Sendo assim, a questão de pesquisa é: Como encaminhar os processos metodológicos de ensino da Matemática, de maneira que os saberes de proporcionalidade possam ser estudados a partir do desenvolvimento de um PEP?

A partir dessa questão, apresentamos o objetivo geral que consiste em analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas em um Percorso de Estudo e Pesquisa.

O objetivo geral nos conduziu aos seguintes objetivos específicos:

- Elaborar, propor e analisar atividades, por meio do desenvolvimento de um PEP, a partir de um piquenique com os alunos;
- Identificar as relações institucionais presentes na BNCC (BRASIL, 2018) e livros didáticos, concernentes à razão e à proporção no 7º ano do Ensino Fundamental;
- Desenvolver atividades sobre razão e proporção relacionadas às necessidades dos alunos por meio do desenvolvimento de um PEP;
- Compreender como ocorre o desenvolvimento da aplicação de um PEP associado a uma questão do cotidiano dos alunos;
- Identificar como os alunos se comportam em relação a essa forma de estudo;

- Apresentar pontos relevantes da aplicação do PEP e na divisão do trabalho pelo professor, aqui, considerado como mediador e orientador do estudo.

Para responder à questão de pesquisa e alcançar os objetivos, optamos por realizar uma pesquisa qualitativa exploratória, uma vez que, para realizá-la, utilizamos a teoria introduzida por Yves Chevallard, denominada Percurso de Estudo e Pesquisa, o PEP.

5.2 Metodologia

Em coerência com o referencial teórico, com a questão de pesquisa e seu objetivo que foi analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas em um Percurso de Estudo e Pesquisa, a metodologia é classificada como qualitativa, que segundo Godoy (1995), tem como escopo estudar um fenômeno contemporâneo que ocorre em contexto de vida real e para o qual é importante identificar limites entre o fenômeno e o contexto.

Além disso, a pesquisa é de caráter exploratório uma vez que procura compreender melhor o tema “ensino e aprendizagem de proporcionalidade” por meio de um novo caminho, no qual os alunos procuram uma resposta para uma questão inicial, que permite a colocação de novos questionamentos e respostas até chegar em uma resposta que esteja em acordo com os saberes relacionados ao tema e com as expectativas dos participantes do PEP.

O PEP corresponde, também, à investigação de um fenômeno contemporâneo que ocorre em contexto de vida real, não estando claramente diferenciadas as fronteiras entre o contexto e o fenômeno, o que permite a utilização de diversas fontes para compreendê-los.

Desse modo, o PEP pode ser também classificado como um estudo de caso, que segundo Godoy (1995), o objetivo é descrever um fenômeno por meio de situações típicas, o que em nosso estudo corresponde às praxeologias usuais, além de casos especiais, isto é, aqueles que não correspondem somente as praxeologias escolares, mas considera as situações reais por meio do paradigma questionamento do mundo.

Após classificar nosso estudo nos referindo aos diferentes tipos de pesquisa, consideramos sua decomposição em diferentes momentos, que indicam os métodos

utilizados para o seu desenvolvimento, de forma a alcançar tanto o objetivo geral como os específicos. Sendo assim, a pesquisa está decomposta da seguinte forma:

No primeiro momento, foi realizada a pesquisa bibliográfica, pautada em leituras e interpretações em teses, dissertações, publicações em evento e periódicos, relacionados ao tema em estudo, bem como os teóricos que fundamentam nossa pesquisa.

Em consonância com a nossa teoria, a TAD, foi realizada a identificação das praxeologias, ou seja, relações institucionais existentes sobre as noções de razão e proporção, mais especificamente, a proporcionalidade, a partir da análise documental da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). A análise da BNCC (BRASIL, 2018) se deve ao fato de que os livros didáticos, também escolhidos para análise de estudos das relações institucionais, foram avaliados e pautados pela BNCC (BRASIL, 2018).

Também com intuito de analisar as relações institucionais, foram selecionados dois livros didáticos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD, 2020) – Ensino Fundamental – Anos Finais.

As opções pelos livros didáticos, além da sua acessibilidade em formato digital, estão associadas aos critérios de avaliação utilizados pelo PNLD, qual tem como norte a BNCC (BRASIL, 2018), um documento curricular nacional, de caráter normativo, que está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

Essa opção contempla tanto a relação institucional no país quanto a opção institucional para o grupo de participantes da pesquisa, o que nos dá uma visão do conjunto de praxeologias usuais.

Os livros escolhidos para análise foram *Matemática Bianchini* para o 7º ano de Edwaldo Bianchini da Editora Moderna – 2018, e a *Conquista da Matemática* para o 7º ano de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci da Editora FTD – 2018.

Após a escolha dos livros a serem estudados, realizamos o estudo das organizações Matemáticas e didáticas existentes por meio da grade de análise aplicada as obras. De acordo com Dias (1998), a grade de análise corresponde ao instrumento que permite identificar as praxeologias privilegiadas nas etapas escolares consideradas, o que nos auxilia a compreender quais conhecimentos podem ser

mobilizados pelos alunos ao estudar as noções de proporcionalidade no 7º ano do Ensino Fundamental.

Foi também desenvolvido e aplicado o PEP, sendo explicitado aos alunos que o propósito do estudo era compreender a relação entre componentes como sódio, açúcares, gorduras, entre outros, apresentados nos rótulos e composições de alimentos preferidos deles e as condições de vida saudável, bem como desenvolver o saber de proporcionalidade.

Explicitado o propósito do estudo a ser realizado pelos alunos, foi combinado que, no final, escolheríamos três alimentos saudáveis para compor um lanchinho de forma a participarmos em conjunto (alunos e professor) de um piquenique em um local escolhido a posteriori.

Durante o planejamento para o desenvolvimento do PEP, elaboramos um roteiro para cada sessão, em que traçamos possíveis caminhos que os alunos pudessem percorrer após a questão geradora. Esses roteiros estão apresentados nos anexos desta pesquisa.

Para iniciarmos a intervenção por meio do PEP construído para esse fim, partimos da seguinte questão geradora: *Q₀: vamos elaborar um piquenique, como escolher três alimentos saudáveis?*

A partir da questão geradora, a proposta foi desenvolvida em 11 encontros durante aulas com uma turma de 7º ano de uma escola privada da cidade de Londrina – PR. Aos alunos, foi pedido que propusessem caminhos (questões e respostas) de forma a buscar uma resposta R para a questão geradora, que foi apresentada e discutida com a turma.

Na primeira sessão, foi distribuído o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para ser assinado pelos responsáveis dos alunos e fizemos a leitura e compreensão do texto do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido com a turma, que puderam questionar pontos por eles não compreendidos. Tais termos fazem parte do projeto aprovado (18579119.0.0000.5493) pelo Comitê de Ética da Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN.

Ao iniciarmos o desenvolvimento do PEP, no decorrer das discussões com os alunos, esperávamos que novas trajetórias e questionamentos, que completassem os possíveis caminhos apresentados no nosso roteiro, pudessem surgir e assim ampliar nossos questionamentos iniciais em relação à questão geradora.

Observamos aqui, que a partir do primeiro encontro com a questão geradora, continuou a cargo dos alunos para proporem os encaminhamentos da pesquisa de uma resposta para a questão, sempre priorizando discussões e reflexões, com a finalidade de contribuir para uma forma de compreender e aprender por meio de questionamentos pessoais as noções de proporcionalidade.

Certamente, quando necessário, poderia ser introduzido, pelo professor, uma AEP ou utilizar ainda de uma sessão expositiva para auxiliar no desenvolvimento do PEP, uma vez que podem aparecer novos conhecimentos que não correspondem aos conhecimentos prévios mobilizáveis ou disponíveis dos alunos ou ainda saberes associados a outras disciplinas ou profissões que necessitam de uma pesquisa que ultrapassa o contexto escolar, podendo ser indicada a apresentação de casos desenvolvidos por outros (exemplos encontrados na internet, a participação de um pesquisador da área de forma presencial ou remota, entre outras).

Os dados foram coletados por meio de transcrição de áudio e produções escritas das atividades realizadas pelos alunos durante a aplicação do PEP. Após coleta dos dados, com base na TAD e nas abordagens teóricas que a complementam, estão sendo realizadas as análises para identificar como esta metodologia contribuiu, ou não, para o ensino das noções de proporcionalidade no Ensino Fundamental e quais as mudanças necessárias nos caminhos previsto pela pesquisa a priori.

Após a apresentação da metodologia da pesquisa, iniciamos a análise das relações institucionais atuais a partir da BNCC (BRASIL, 2018), pois os livros didáticos para o Ensino Fundamental - Anos Finais, também utilizados para análise das relações institucionais, já estavam adaptados à proposta institucional.

6 IDENTIFICAÇÃO DAS RELAÇÕES INSTITUCIONAIS EM DOCUMENTOS OFICIAIS QUE ORIENTAM O ENSINO FUNDAMENTAL

6.1 Análise relações institucionais na BNCC

Este capítulo tem como objetivo analisar a BNCC (BRASIL, 2018), que é um dos documentos oficiais que orientam o sistema de ensino no Brasil no Ensino Fundamental. A BNCC (BRASIL, 2018) é um documento oficial que tem como propósito definir as aprendizagens essenciais e progressivas que os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica, respeitando as etapas de escolaridade, de modo que garantem os direitos de aprendizagem.

A opção por analisar o documento nesta etapa escolar se deve ao fato de que a introdução às noções de proporcionalidade é proposta para serem trabalhadas e aprofundadas no 7º ano do Ensino Fundamental, mas são brevemente introduzidas desde o início do Ensino Fundamental, bem como nos demais anos.

Outro critério de escolha para análise da BNCC (BRASIL, 2018) também se deve ao processo de avaliação das obras didáticas e literárias do Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD (2020) – Ensino Fundamental – Anos Finais, o primeiro nesse nível de ensino em que a análise dos livros foi pautada pela BNCC (BRASIL, 2018).

Ao analisar a BNCC (BRASIL, 2018), observamos que os conteúdos matemáticos estão organizados em cinco unidades temáticas: números, grandezas e medidas, probabilidade e estatística, álgebra e geometria. A proposta é que essas unidades sejam articuladas e orientem a formulação de habilidades que serão desenvolvidas pelos alunos ao longo da Educação Básica.

Com intuito de identificar as relações institucionais sobre as noções de proporcionalidade, optamos por analisar a BNCC (BRASIL, 2018) em todo o segmento do Ensino Fundamental, uma vez que pretende-se compreender como será desenvolvido essas noções nas demais etapas escolares.

O Ensino Fundamental tem nove anos de duração e é considerado a etapa mais longa da Educação Básica, atendendo alunos entre 6 e 14 anos. Formado por crianças e adolescentes que neste período passam por diversas mudanças relacionadas a aspectos físicos, cognitivos, afetivos, sociais, emocionais, entre outros (BRASIL, 2018).

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de Nove Anos (Resolução CNE/CEB nº 11/2010) também apontam que tais mudanças impõem alguns desafios quanto à elaboração de currículos para essa etapa de escolarização, na qual se contempla as duas fases do Ensino Fundamental: Anos Iniciais e Anos Finais.

Em específico, na BNCC (BRASIL, 2018) do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, propõe a valorização com situações lúdicas de aprendizagem, resgatando experiências vivenciadas na Educação Infantil.

Tais articulações devem desenvolver novas formas de relação com o mundo aos alunos, bem como formular hipóteses sobre fenômenos e testá-las para elaborarem conclusões. Nesta fase, também se ampliam as experiências para o desenvolvimento da oralidade, percepção, compreensão, representação, escrita, signos matemáticos, registros artísticos, midiáticos, científicos, tempo e espaço (BRASIL, 2018, p. 58).

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), espera-se também, que as instituições de ensino insiram, nas práticas escolares, situações que abordem temas contemporâneas relacionadas à vida das pessoas, tanto em escala regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacamos o da educação alimentar e nutricional, qual está sendo abordado em nosso estudo.

Para o Ensino Fundamental - Anos Finais, a BNCC (BRASIL, 2018) propõe que a escola contribua para o delineamento do projeto de vida dos alunos, articulando seus objetivos em relação ao seu futuro, como também servindo de base para o Ensino Médio.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o conhecimento matemático deve ser de acesso para todos os alunos durante a Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade, quanto às suas potencialidades na formação de cidadãos críticos e formadores de opiniões, visto que a Matemática não se restringe apenas à contagem, medição de objetos, grandezas e das técnicas de cálculo, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório (BRASIL, 2018). As competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental são expostas no quadro 1 a seguir:

Quadro 1 - Competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental

Competência 1: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Competência 2: Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Competência 3: Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Competência 4: Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Competência 5: Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

Competência 6: Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Competência 7: Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Competência 8: Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018, p. 267).

A partir dessas competências e com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC (BRASIL, 2018) apresenta diferentes campos que compõem a Matemática, reunindo “um conjunto de ideias fundamentais que produzem

articulações entre a equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (BRASIL, 2018, p. 268).

Tais ideias são necessárias para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. A proporcionalidade, por exemplo, “deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade, etc.” (BRASIL, 2018, p. 268). Além disso, essa noção também se apresenta em diversas situações do dia a dia e de outras áreas do conhecimento, como vendas, cálculos de proporções e quantidades, balanços químicos, representações gráficas, entre outros.

Ao analisar a BNCC (BRASIL, 2018), observamos que as noções de proporcionalidade e razão são propostas desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais. No 2º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática dos números, um dos objetos de conhecimento propõe problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte.

No 3º ano, na unidade temática dos Números, os objetos de conhecimento têm como proposta associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima parte, já introduzindo de forma intuitiva a relação de razão. Também no 3º ano, na unidade temática de Grandezas e Medidas, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 289) apresenta as seguintes habilidades:

Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada; Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade; Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida; Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros.

Como constatamos, apresenta-se a introdução de noções básicas para razão e proporcionalidade, os quais auxiliam na construção do conhecimento relacionado às medidas, comparações, capacidades, bem como na interpretação de rótulos e embalagens utilizadas no dia a dia, o que familiariza o aluno com esse tipo de informação, facilitando na compreensão das noções de proporcionalidade que serão aprofundadas nos Ensino de Fundamental – Anos Finais.

No 4º ano, na unidade temática dos Números, a BNCC (BRASIL, 2018) propõe a utilização de problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação e da

divisão: adição de parcelas iguais, configuração retangular, proporcionalidade, repartição equitativa, medidas e frações. Os alunos devem resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação, como adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 2018).

Para finalizarmos a análise no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, no 5º ano, na unidade temática de Álgebra, os objetos de conhecimento apresentam como propostas as grandezas diretamente proporcionais e problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais. Neste sentido, a BNCC (BRASIL, 2018, p. 295) apresenta as seguintes habilidades:

Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros; Resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

Verificamos que algumas habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) para o ensino de Matemática servem de base para o estudo de proporcionalidade que serão aprofundados no Ensino Fundamental - Anos Finais. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos em anos anteriores, juntamente com situações da sua realidade, podem estabelecer inter-relações entre eles, desenvolvendo ideias mais complexas.

Tais situações necessitam articular diversos aspectos dos diferentes conteúdos, visando ao desenvolvimento das ideias fundamentais da Matemática, como equivalência, ordem, proporcionalidade, variação e interdependência (BRASIL, 2018).

No 6º do Ensino Fundamental, na unidade temática dos Números, os objetos de conhecimento apresentam o desenvolvimento das frações, desde seu significado como parte/todo e quociente, equivalência, comparação, adição e subtração.

Ainda no 6º ano, a unidade temática da Álgebra propõe a aplicação de problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo, e na unidade temática de Grandezas e Medidas, o estudo do perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado, o que evidencia novamente as noções básicas de proporcionalidade.

Ao analisar as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) para o 7º ano do Ensino Fundamental, na unidade temática dos Números, utilizam na resolução de problemas, “a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza” (BRASIL, 2018, p. 307).

A unidade temática da Álgebra do 7º ano do Ensino Fundamental propõe que o aluno possa compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. Ainda nesta temática, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que o aluno resolva e elabore problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas, ou seja, trata-se desta etapa do Ensino Fundamental em que as noções de proporcionalidade são realmente formalizadas aos alunos, juntamente com aplicações e resoluções de problemas do seu dia a dia.

Ao analisar a BNCC (BRASIL, 2018), no 8º ano, tais noções de proporcionalidade são revisitadas na unidade temática da Álgebra, na qual apresenta as seguintes habilidades:

Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano; Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas (BRASIL, 2018, p. 313).

Por fim, ao concluir a análise na BNCC (BRASIL, 2018) para o Ensino Fundamental, na área da Matemática, em específico para o estudo de proporcionalidade, no 9º ano, na unidade temática da Álgebra, também se propõe o estudo de razão entre grandezas de espécies diferentes, grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

Assim, espera-se que o aluno resolva e elabore problemas que envolvam relações de “proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas” (BRASIL, 2018, p. 317).

Observamos que, em todas as unidades temáticas citadas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções de proporcionalidade sejam retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No

entanto, é fundamental considerar que, no 7º ano, o assunto é realmente formalizado pela primeira vez para o aluno, o que resultou da escolha deste ano para aplicação do PEP em estudo na pesquisa.

O desenvolvimento dessas habilidades de forma articulada com o PEP pode ser também utilizado nos diferentes anos, permitindo, assim, uma real contribuição para a aplicação pelos alunos de conhecimentos relacionados ao conceito de proporcionalidade em tarefas intra e extramatemáticas, ou seja, contribuindo para uma formação que responda tanto as questões escolares como as pessoais e profissionais.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), deve-se desenvolver uma habilidade que representa um conjunto de aprendizagens que se conecte com habilidades dos anos anteriores, levando à identificação de conhecimentos prévios dos alunos para aprofundamento daquele determinado conteúdo.

Neste sentido, é fundamental considerar, por exemplo, que a ideia inicial de unidades de medidas e proporções, propostas no Ensino Fundamental - Anos Iniciais, deve ser interpretada como possíveis ampliações em cada escola e em cada turma, e devemos permitir a curiosidade e o entusiasmo do aluno pela aprendizagem, tão comum em qualquer etapa escolar.

Assim, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a Matemática escolar é um processo de aprender uma noção em um contexto, qual o aluno possa estar inserido. O aluno deve abstrair e depois aplicá-la em outro contexto envolvendo capacidades essenciais, como “formular, empregar, interpretar, avaliar, criar, e não somente a resolução de enunciados típicos que são, muitas vezes, meros exercícios e apenas simulam alguma aprendizagem” (BRASIL, 2018, p. 277).

A BNCC (BRASIL, 2018) propõe que não se aplique aos alunos apenas a resolução do problema, mas que também os alunos possam refletir e questionar o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada. Assim, espera-se que os alunos também formulem problemas em outros contextos, o que corrobora com a ideia da aplicação do PEP aqui proposto.

Por fim, após a análise na BNCC (BRASIL, 2018), concluímos que o desenvolvimento das noções de proporcionalidade é indicado explicitamente nas propostas e habilidades dos 5º e 6º anos, em que o conceito é estudado sem regra de três e se aprofunda na análise do 7º ano, quando eles indicam para a unidade temática dos números, utilizando quadros numéricos e fração como razão, revisitando a noção de fração que pode ser considerada razão entre dois números.

Na unidade temática da Álgebra no 7º ano, apresenta-se as grandezas direta e inversamente proporcionais e a necessidade de explicitar a relação entre as grandezas e as unidades utilizadas, um ponto importante também para as outras ciências. Neste sentido, salientamos, conforme proposto no nosso PEP, o estudo de saberes de outras áreas, ou seja, a importância de trabalhar hábitos alimentares saudáveis com alunos, juntamente com noções Matemáticas.

Após o estudo da nova proposta institucional para o processo de ensino e aprendizagem da Educação Básica, mais particularmente, sobre as indicações de introdução e desenvolvimento do conceito de proporcionalidade centrado nos conceitos de competências e habilidades segundo a BNCC (BRASIL, 2018), passamos a análise dos dois livros didáticos apresentados na metodologia da pesquisa.

6.2 Análise das relações Institucionais nos Livros Didáticos

Como continuação da identificação das relações instituições após a análise na BNCC (BRASIL, 2018), concluímos que o desenvolvimento das noções de proporcionalidade, mesmo que abordados em outros anos do Ensino Fundamental, aprofunda-se no 7º ano, quando eles indicam para a unidade temática dos Números, já utilizando quadros numéricos e fração como razão, revisitando essa noção que pode ser considerada a razão entre dois números de proporcionalidade, mais particularmente às noções de razão e proporção.

Sendo assim, optamos pelo desenvolvimento do PEP em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada, o que também justifica a escolha de livros didáticos, específicos para esse ano de ensino, para continuidade da análise das relações instituições.

Para tanto, selecionamos os livros didáticos: Matemática Bianchini para o 7º ano de Edwaldo Bianchini da Editora Moderna – 2018, e a Conquista da Matemática para o 7º ano de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci da Editora FTD – 2018. Ressaltamos que os dois livros foram aprovados pelo PNLD – 2020, logo, estão em consonância com a BNCC (BRASIL, 2018). A escolha dos livros ocorreu devido à essa aprovação, bem como pela sua acessibilidade em formato digital.

Em ambos os livros, aplicaremos a grade de análise, segundo modelo de Dias (1998), na qual utilizamos as noções de praxeologia e objetos ostensivos e não


ostensivos conforme Chevallard (1994), necessários para compreensão do enunciado e resolução da tarefa, assim como os níveis de conhecimento em relação às tecnologias que justificam as técnicas e noções em jogo na solução da tarefa.

Analisando o livro *Conquista da Matemática* para o 7º ano, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, da Editora FTD – 2018, identificamos situações que abordam as noções de razão e proporção, vejamos uma delas:

Figura 2 - Noção de razão no livro Júnior e Castrucci (2018)

Considere as situações a seguir.

1 No treino de vôlei.



Para comparar o número de saques que deram certo com o total de saques de Cláudia, podemos usar uma fração:

$$\frac{\text{número de saques certos}}{\text{total de saques}} = \frac{9}{10}$$

Nesse caso, o número obtido mostra o rendimento de Cláudia nos saques.

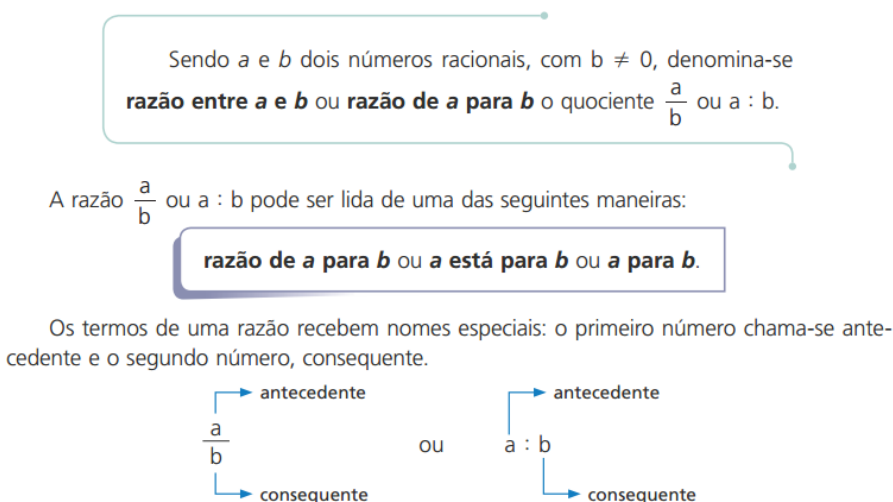
Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 202).

Observamos que os autores, a partir da situação que envolve a quantidade de acertos em um treino de vôlei, apresentam o conceito de razão entre números racionais, em que se espera a compreensão dos alunos sobre a razão entre a quantidade de saques errados por Cláudia e a quantidade total de saques feitos por ela.

Outra sugestão para complementar tal proposta seria solicitar aos alunos que apresentem outros exemplos em que o conceito de razão pode ser utilizado e verificar se os alunos identificam os termos de uma razão e seus respectivos nomes nas situações apresentadas.

Na situação apresentada sobre a quantidade de acertos em um treino de vôlei, foram comparados dois números usando uma divisão, em que o quociente obtido é a razão entre esses dois números, tomados na ordem considerada, conforme ilustra a figura a seguir:

Figura 3 - Definição de razão no livro Júnior e Castrucci (2018)



Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 203).

Neste caso, entendemos que os autores definem a razão entre dois números, bem como a forma de leitura de uma razão de “a” para “b” ou “a” está para “b” ou “a” para “b”. Apresentou-se também os nomes para cada termo de uma razão, ou seja, o antecedente e consequente.

Na sequência, Júnior e Castrucci (2018), antes de adentrar em atividades específicas que abordam conceito de razão, propuseram uma atividade aos alunos que abordam os conceitos de quantidade e proporção de uma receita de culinária, conforme ilustra a figura 4.

Figura 4 - Tarefa 1

- 1.** O pudim de tapioca é um doce típico do Nordeste brasileiro e simples de fazer. Para um rendimento de 20 porções, a lista e a quantidade de ingredientes é a seguinte:
- 500 g de farinha de tapioca
 - 1 vidro de leite de coco
 - 2 pacotes de coco ralado
 - 1 litro de leite
 - 2 xícaras (chá) de açúcar
- a)** Para um rendimento de 40 porções, qual é a quantidade necessária de:
- farinha de tapioca?
 - leite de coco?
 - coco ralado?
 - açúcar?
- b)** Se uma pessoa tem 1,5 kg (ou 1 500 g) de farinha de tapioca e quiser aproveitar tudo para fazer o pudim de tapioca, quantas porções ela vai obter?
- c)** Para ter um rendimento de 10 porções do pudim de tapioca, quantos gramas de farinha de tapioca serão necessários?

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 203).

No item a, os alunos devem perceber que o rendimento esperado é o dobro da receita original (40 porções é o dobro de 20 porções). Assim, devem dobrar as quantidades de todos os ingredientes.

As situações de receitas culinárias são propícias para desenvolver os conceitos de razão e de proporção, pois de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 295), é necessário propor situações que envolvam variação de proporcionalidade entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. Assim, podemos classificar da seguinte forma na nossa grade de análise:

Quadro 2 - Tarefa 1 (letra a)

Tipo de tarefa: Calcular a quantidade necessária de farinha de tapioca, leite de coco e coco ralado para rendimento de 40 porções.

Técnica: Utilizar noção de quantidade, proporção e operações multiplicativas e/ou aditivas.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos de uma proporção e conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

Teoria: Grandezas, relação de quantidade, proporção e operações numéricas.

Ostensivos: Escritural de grandezas, escritural de número inteiro e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de operações com números reais, noção de quantidade, grandezas.

Fonte: a autora (2021).

Consideramos essa atividade como uma abordagem de introdução aos conceitos básicos de razão e proporção, uma vez que, de forma intuitiva, o aluno desenvolve cálculos com operações fundamentais básicas a fim de determinar as quantidades para cada alimento.

No item b, espera-se que os alunos percebam que 1,5 kg corresponde a 3 vezes a quantidade de farinha de tapioca que se usa em uma receita original (1,5 kg = 1 500 g = 3 x 500 g). Assim, ao utilizar toda essa farinha para fazer o pudim, o rendimento ficará triplicado também: 60 porções (3 x 20 porções).

Também é possível discutir com os alunos que isso pode ser feito de duas maneiras: a pessoa pode fazer três vezes a receita original, obtendo três pudins (que deve ser o mais aconselhável) ou fazer a receita triplicada, obtendo um pudim maior (no entanto, nem sempre isso é possível ou recomendável, pois pode não haver formas do tamanho necessário ou um pudim muito grande é mais fácil de se desmanchar, ou mais difícil de cozinhar, entre outros motivos) (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018).

Indicamos, na próxima grade de análise, técnicas e tecnologias que podem ser utilizadas para resolver as letras b e c, proposta ainda na tarefa 1.

Quadro 3 - Tarefa 1 (letra b e c)

Tipo de tarefa: Calcular quantas porções de pudim de tapioca é possível fazer com 1,5kg de farinha de tapioca e quantas gramas de farinha é necessário para render 10 porções de pudim de tapioca.

Técnica: Utilizar a noção de quantidade, proporção, relação entre grandezas e quatro operações básicas.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos de grandezas, quantidades e proporções e conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

Teoria: Grandezas, relação de quantidade, proporção e operações numéricas.

Ostensivos: Escritural de grandezas, escritural de número inteiro, escritural de números decimais e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de operações com números reais, noção de quantidade, proporcionalidade e grandezas.

Fonte: a autora (2021).

Tal tarefa pode ser considerada como abordagem de ênfase cidadã, pois ela faz referência a uma situação que é verídica, no sentido de que a noção de proporção é aplicada no cálculo de quantidades de ingredientes de uma receita.

Neste sentido, também podemos propor para este tipo de atividade outros questionamentos: Se uma receita rende 20 porções, quantas receitas são necessárias para render 70 porções? E para servir uma porção para cada aluno da turma? Acreditamos que estes questionamentos podem fazer refletir sobre as relações entre quantidades e grandezas, além disso, inserir a noção da ideia de proporcionalidade.

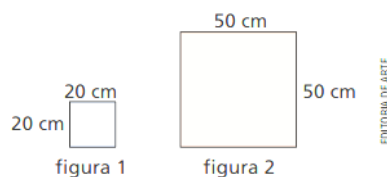
A BNCC (BRASIL, 2018), em consonância com a atividade, propõe a utilização desse tipo de problema que envolve diferentes significados da multiplicação e da divisão: adição de parcelas iguais, proporcionalidade, repartição equitativa, medidas e frações. Em que os alunos devem resolver e elaborar situações envolvendo diferentes significados, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Um dos objetivos é levar os alunos a reconhecerem as noções de razões entre grandezas de mesma espécie em situações do dia a dia, explorar as situações apresentadas com os alunos, ressaltar a necessidade de as grandezas envolvidas (de mesma espécie) serem expressas em uma mesma unidade de medida e o fato de a razão obtida, nesse caso, ser um número puro (sem unidade) (JÚNIOR; CASTRUCCI, 2018).

Ainda analisando o livro *A Conquista da Matemática* para o 7º ano de Júnior e Castrucci (2018), selecionamos outra atividade proposta pelos autores para o estudo de razão, conforme apresenta a próxima figura.

Figura 5 - Tarefa 2

5. Gláucia recortou dois pedaços de cartolina, de formato quadrado:



De acordo com as figuras, determine a razão entre:

- a medida do lado do quadrado na figura 1 e a medida do lado do quadrado na figura 2.
- o perímetro do quadrado na figura 1 e o perímetro do quadrado na figura 2.
- a área do quadrado na figura 1 e a área do quadrado na figura 2.

Agora, compare as razões obtidas nos itens anteriores. O que você observa?

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 205).

Nesta tarefa, exploramos um importante resultado entre razões de grandezas relativas a dois quadrados, em que isso se estende a qualquer par de polígonos semelhantes: as razões entre as medidas lineares correspondentes, entre as medidas de lados correspondentes, entre perímetros e áreas, são iguais, e a razão entre as áreas desses polígonos é o quadrado da razão entre as medidas lineares. Vejamos como podemos descrever a atividade proposta num modelo praxeológico:

Quadro 4 - Tarefa 2

Tipo de tarefa: Determinar a razão entre as medidas dos lados, perímetro e área de dois quadrados distintos e comparar as razões obtidas.

Técnica: Utilizar noção de medidas, calcular perímetro e área e comparar razões.

Tecnologias: Conhecer os procedimentos para cálculo do perímetro e da área e os ostensivos numéricos de uma razão para sua comparação.

Teoria: Medidas, perímetro, área e razão.

Ostensivos: Escritural de medidas e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de perímetro, área e razão.

Fonte: a autora (2021).

Como podemos observar, trata-se de uma atividade que exige alguns outros conhecimentos dos alunos, em que para determinar as razões e realizar as comparações, no desenvolvimento da técnica, é preciso saber as noções de perímetro e área, bem como estratégias para seus cálculos, o que pode necessitar uma revisita às teorias.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 289), é essencial que se desenvolva atividades em sala de aula, em que os alunos compreendam as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento. Assim, a atividade em estudo, propõe a habilidade descrita na BNCC (BRASIL, 2018), uma vez que para desenvolver a noção de razão, faz uso de conhecimento relacionados à perímetro e área do campo da Geometria.

Ao analisar o livro *Matemática Bianchini* para o 7º ano de Edwaldo Bianchini da Editora Moderna – 2018, identificamos diversas propostas de tarefas que auxiliam na construção de noções de razão e proporcionalidade.

Em Bianchini (2018), encontramos atividades aplicadas ao contexto dos alunos, fazendo a comparação da parte pelo todo e entre as partes que o compõem, relacionando coisas animadas ou inanimadas, da mesma natureza, para procurar as relações de semelhança ou de disparidade que possam existir entre elas. Antes de elaborar a grade de análise de atividades proposta pelo livro, vejamos como as noções de razão são abordadas em Bianchini (2018).

Figura 6 - Noção de razão no livro Bianchini (2018)


Situação 2

Uma pesquisa realizada em um bairro revelou que 160 das 400 pessoas pesquisadas praticam atividades físicas regularmente.

A razão entre o número de pessoas que praticam atividades físicas e o total de pessoas pesquisadas é:

$$\frac{160}{400} = \frac{2}{5}$$

Isso significa que, de cada 5 pessoas pesquisadas, 2 praticam atividades físicas.



The illustration shows a park scene with several people and a dog. A man in a green shirt is talking to a woman in a yellow top. In the background, another woman is walking a dog. The scene is set outdoors with trees and a path.

Fonte: Bianchini (2018, p. 196).

O autor aborda o conceito de noção de razão a partir de situações desenvolvidas que exemplificam apenas alguns aspectos particulares da aplicação do conceito de razão, em que a razão entre dois números é o quociente entre eles, com o segundo diferente de zero.

Neste caso, Bianchini (2018) abordou o conceito de razão sem considerar partes de mesma natureza, realizando o quociente $160/400$, em que 160 é a quantidade de pessoas que praticam atividade física e 400 é a quantidade de pessoas pesquisadas, diferente da próxima situação representada na figura a seguir.

Figura 7 - Noção de razão de mesma natureza no livro Bianchini (2018)

Situação 2

A domesticação dos camelos foi feita há milhares de anos. Esses animais, de cerca de 0,65 tonelada de massa, demonstram grande resistência a temperaturas extremas e têm capacidade de andar cerca de cinquenta quilômetros ao dia em regiões inóspitas, carregando cargas de até 450 quilogramas.

Para determinar a razão entre a massa do camelo e a que ele pode carregar, devemos escrever essas grandezas em uma mesma unidade de medida.

$$0,65 \text{ t} = 0,65 \cdot 1.000 \text{ kg} = 650 \text{ kg}$$

Então, a razão procurada é $\frac{450}{650}$ ou $\frac{9}{13}$.



Camelos no deserto de Dubai (Emirados Árabes Unidos). (Foto de 2016.)

Fonte: Bianchini (2018, p.196).

Nesta abordagem, esperamos que o aluno relacione a parte pelo todo entre as partes que o compõem, da mesma natureza, para procurar as relações que possam existir entre elas. Observa-se que houve a necessidade de conhecer as noções de diferentes grandezas para determinar a razão, em que foi transformado a unidade de medida em toneladas ($0,65\text{t} = 0,65 \times 1000 \text{ kg} = 650 \text{ kg}$) para quilogramas, ou seja, as grandezas em uma mesma unidade de medida.

Neste sentido, trata-se de noções que vão ao encontro das habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 289), que tem como proposta reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada e do instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade.

Com intuito de colocar em prática as noções de razão, a seguir, apresentamos outra atividade selecionada para análise:

Figura 8 - Tarefa 3

- 3** Durante um jogo de futebol entre Grêmio e Internacional de Porto Alegre, havia 30.000 torcedores no estádio. De cada 5 torcedores, 2 torciam para o Grêmio e 3 para o Internacional.



Partida no estádio Beira-Rio, Porto Alegre (Rio Grande do Sul). (Foto de 2015.)

- Determine a razão entre o número de torcedores do Grêmio e o número de torcedores do Internacional.
- Determine a razão entre o número de torcedores do Grêmio e o total de torcedores no estádio.

Fonte: Bianchini (2018, p. 197).

De acordo com a tarefa escolhida para grade de análise, o autor propõe uma situação que pode fazer parte do contexto social do aluno, bem como desenvolve relação do saber com a noção de razão. Assim, podemos classificá-la da seguinte forma na nossa grade de análise:

Quadro 5 - Tarefa 3

Tipo de tarefa: Determinar a razão entre o número de torcedores do Grêmio e do Internacional, e a razão entre o número de torcedores do Grêmio e o total de torcedores no estádio.

Técnica: Utilizar noção de quantidade e razão.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de uma razão, conhecimentos relacionados à quantidade.

Teoria: Grandezas, relação de quantidade, razão.

Ostensivos: Escritural de grandezas, escritural de números reais e escritural fracionário.

Não ostensivo: Noções de quantidade, grandezas e razão.

Fonte: a autora (2021).

Trata-se de uma atividade que proporciona a relação do saber comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. As habilidades trabalhadas utilizam, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

Na sequência, seguindo a linha de cálculo de quantidades, os autores Júnior e Castrucci (2018) e Bianchini (2018) retomam essa noção abordando a propriedade fundamental das proporções e a igualdade entre duas razões pode ser escrita na forma de igualdade entre dois produtos.

Bianchini (2018) inicia a ideia de proporção a partir de uma situação sobre uma coleção de gibis, em que é possível elaborar uma proporção por meio de uma relação com a quantidade de gibis e mangás, conforme apresenta a figura a seguir.

Figura 9 - Noção de proporção no livro Bianchini (2018)

Juliana coleciona gibis. A cada 5 gibis de sua coleção, 1 é de histórias em quadrinhos feitas no estilo japonês (mangá).



Dessa maneira, a cada 10 gibis, 2 são mangás; a cada 15 gibis, 3 são mangás; a cada 20 gibis, 4 são mangás; e assim por diante.

Podemos, então, obter as razões:

$$\frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{10}$$

$$\frac{3}{15}$$

$$\frac{4}{20}$$

Observe que todas essas razões são iguais a $\frac{1}{5}$.

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$$

Sentenças como essas, que representam uma igualdade entre duas razões, são chamadas de **proporção**.

Fonte: Bianchini (2018, p. 203).

A partir da situação de coleção de gibis, os alunos também podem se familiarizar com os nomes dados aos termos de uma proporção, extremos e meios, quais advêm do fato de que quando escritos em uma só linha e na ordem de leitura o primeiro e o último (extremos) margeiam os outros dois (meios), deixando-os no meio da escrita.

No livro *A Conquista da Matemática*, os autores introduzem a noção de proporção a partir de uma situação que envolve a quantidade ideal de médicos para uma cidade de 50000 habitantes, considerando informações apresentadas em uma tabela da Organização Mundial da Saúde (OMS). A figura a seguir ilustra o problema.

Figura 10 - Noção de proporção no livro *A Conquista da Matemática*

A Organização Mundial da Saúde (OMS), órgão da ONU que trata dos temas ligados à saúde, recomenda **1 médico** para cada grupo de **1000 habitantes**. Nessas condições, quantos médicos deveria ter uma cidade com 50 000 habitantes?

De acordo com a situação apresentada, organizamos a tabela:

Nº de habitantes	Nº de médicos
1 000	1
2 000	2
3 000	3
4 000	4
5 000	5
6 000	6
⋮	⋮
10 000	10
⋮	⋮
50 000	50

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{1}{1000}$

razão entre o número de médicos e o número de habitantes: $\frac{50}{50\ 000} = \frac{1}{1000}$

Fonte: Organização Mundial da Saúde (OMS).

De acordo com a OMS, a cidade deveria ter 50 médicos.

Observe que as razões $\frac{1}{1000}$ e $\frac{50}{50\ 000}$ são iguais.

Uma sentença matemática que expressa uma igualdade entre duas razões é chamada **proporção**.

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 210).

Trata-se de uma situação que exige dos alunos leitura e interpretação de registros em uma tabela, bem como, desenvolve a noção de proporção para solucionar o problema, o que vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 267) quando propõe em umas de suas competências:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Ainda considerando tal proposta, é possível ampliar a situação apresentada, propondo aos alunos um exemplo para que verifiquem se uma cidade de 120000 habitantes, que conta com 200 médicos, segue a recomendação da OMS.

Esperamos que eles comparem a razão médico por habitante dessa cidade com a recomendação da OMS de 1 para 1 000. Isso significa que há 1 médico para cada 600 habitantes. Logo, essa cidade está em uma situação melhor do que recomenda a OMS, pois tem quase o dobro do número de médicos recomendado para cada grupo de 1 000 habitantes.

Júnior e Castrucci (2018) também propõem novas situações de proporções para os alunos, qual eles precisam descobrir uma proporção, que será vista a seguir.

Figura 11 - Tarefa 4

Um posto de combustíveis oferece um desconto aos clientes de R\$ 1,00 para cada 10 litros abastecidos com gasolina.

Litros	Desconto (em reais)
10	1
20	2
30	3
⋮	⋮



→ Bombas de combustíveis.

- Relacione o desconto para cada 10 litros até alcançar 100 litros.
- De quantos reais será o desconto para:
 - 40 litros?
 - 60 litros?
 - 90 litros?
- Um desconto de R\$ 10,00 corresponde a quantos litros de gasolina?
- Para 420 litros de gasolina, de quanto será o desconto?
- Escreva todas as razões que podem ser estabelecidas a partir do quadro elaborado, ou seja:
 - desconto de 1 real para 10 litros → $\frac{1}{10}$

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 211).

Tal tarefa sugere que os alunos troquem ideias, informações e melhorem interpretação da situação. Esperamos que eles concluam que a cada 10 litros de combustível haverá um desconto de R\$ 1,00. Para melhor compreender os conhecimentos necessários na resolução do problema, segue a grade de análise.

Quadro 6 - Tarefa 4

Tipo de tarefa: Relacione o desconto para cada 10 litros até alcançar 100 litros. De quantos reais será o desconto para 40, 60 e 90 litros? Um desconto de R\$ 10,00 corresponde a quantos litros de gasolina? Para 420 litros de gasolina, de quanto será o desconto? Escreva todas as razões que podem ser estabelecidas a partir do quadro elaborado, ou seja: desconto de 1 real para 10 litros.

Técnica: Utilizar noção de medidas, calcular razão e proporção e comparar proporção.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, razão e proporção, conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

Teoria: Medidas, razão e proporção.

Ostensivos: Escritural de medidas e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de razão e proporção.

Fonte: A autora (2021).

Outra atividade que aborda as noções de razão e proporção proposta por Bianchini (2018) está representada na figura 13, na qual se aplica uma situação de compra em um mercado, que também, na maioria das vezes pode evidenciado no dia a dia do aluno.

Figura 12 - Tarefa 5

Um mercado vende o mesmo tipo de arroz em dois tipos de pacote:

- de 2 kg por R\$ 2,60;
- de 5 kg por R\$ 6,40.

a) Para cada pacote, determine a razão entre o preço e a massa.



- b) Essas razões formam uma proporção? Justifique sua resposta.
- c) Entre os dois pacotes, qual deles é mais vantajoso comprar? Por quê?
- d) Quanto deveria custar o pacote de 2 kg para que o seu preço fosse equivalente ao preço do pacote de 5 kg?

Fonte: Bianchini (2018, p. 205).

A atividade 5 aborda uma questão recorrente no mercado e os alunos podem diversificar as estratégias para que as razões formem uma proporção. Este tipo de problema também pode gerar outras propostas de ensino, como solicitar aos alunos que façam uma pesquisa em supermercados e lojas que vendem um mesmo produto, mas em diferentes “tamanhos” (comprimento, quantidade, massa, etc.) e no preço.

Também seria possível organizar os dados em uma tabela e calcular as razões entre preço e tamanho, para avaliar qual das embalagens é a mais econômica, entre outras relações do saber. Para melhor compreensão das noções exigidas na atividade, segue sua grade de análise:

Quadro 7 - Tarefa 5

Tipo de tarefa: Um mercado vende o mesmo tipo de arroz em dois tipos de pacotes: - 2kg por R\$ 2,60 e 5kg por R\$ 6,40. a) Para cada pacote, determine a razão entre o preço e a massa. b) Essas razões formam uma proporção? Justifique sua resposta. c) Entre os dois pacotes, qual deles é mais vantajoso comprar? Por quê? d) Quanto deveria custar o pacote de 2kg para que seu preço fosse equivalente ao preço do pacote de 5kg?

Técnica: Utilizar noção de medidas, calcular razão e proporção, comparar proporções e aplicar noções de equivalências.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, unidades de medidas, razão e proporção, conhecimentos aritméticos e equivalências.

Teoria: Medidas, razão e proporção.

Ostensivos: Escritural de medidas e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de razão e proporção.

Fonte: A autora (2021).

Ao analisar a tarefa 5, apresentamos a aplicação de situações referentes ao contexto do aluno, permitindo a reflexão e o pensar sobre saberes que podem ser utilizados num supermercado, na qual pode-se relacionar com noções de medidas, quantidades e preços, bem como suas proporções.

Interessante observar que, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), devemos propor problemas que envolvam a relação de igualdade existente entre dois números ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência, o que também se apresenta na tarefa

proposta, pois os alunos devem determinar o valor do pacote de 2kg para que seu preço fosse equivalente ao preço do pacote de 5kg.

A partir da tarefa, questionamos o aluno sobre quais métodos e cálculos foi utilizado para resolver o problema, apresentando como a propriedade fundamental das proporções também pode se fazer presente neste contexto. Vejamos como o autor aproveitou o momento para apresentar aos alunos os nomes dados aos termos de uma proporção, extremos e meios.

Figura 13 - Propriedade fundamental das proporções do livro Bianchini (2018)

A maquete de um ginásio de esportes tem altura igual a 54 cm e foi construída na escala $\frac{9}{250}$; ou seja, nela, cada 9 cm corresponde a 250 cm na realidade.

Vamos calcular a altura real desse ginásio de esportes.
Assim, temos:

$$\text{escala} = \frac{\text{número que expressa o comprimento do desenho}}{\text{número que expressa o comprimento real}}$$

$$\frac{9}{250} = \frac{54}{x}$$

Observe que obtivemos uma proporção.

Aplicando a propriedade fundamental das proporções e resolvendo a equação obtida, temos:

$$9x = 54 \cdot 250$$

$$\frac{9x}{9} = \frac{54 \cdot 250}{9}$$

$$x = 1.500$$

Logo, a altura real desse ginásio é 1.500 cm, ou seja, 15 m.



IZAC BRITO
Reprodução proibida. Art. 174 e 170 Código de
Propriedade Intelectual. Lei 9.610/98

Fonte: Bianchini (2018, p. 206).

A situação problema sobre a miniaturização, no caso de uma maquete, em que se emprega uma escala para determinar uma das medidas reais, pode ser comum nos cálculos matemáticos, não importa se a maquete é de um ginásio de esportes, se é de um veículo, de um boneco ou de uma torre, o procedimento é o mesmo. O importante são os alunos reconhecerem que as resoluções de um grupo de problemas com a mesma estrutura podem ser obtidas empregando os mesmos procedimentos.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), espera-se que o aluno compreenda e utilize a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas

propriedades operatórias, o que pode ser desenvolvido a partir da problematização da maquete.

Outra questão também apresentada na tarefa, que está proposta na BNCC (BRASIL, 2018), é que o aluno desenvolva as habilidades de resolver e elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido. Os autores Júnior e Castrucci (2018), com objetivo de aplicar esse conceito, que é a propriedade fundamental das proporções, propuseram a seguinte tarefa.

Figura 14 - Tarefa 6

Para fazer um refresco, mistura-se suco concentrado com água na razão de 3 para 5. Nessas condições, 9 copos de suco concentrado devem ser misturados a quantos copos de água?



Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 214).

Esta atividade tem como objetivo ampliar e consolidar os conhecimentos que os alunos construíram sobre proporções e aplicar a propriedade fundamental das proporções em situações variadas. Uma sugestão seria pedir aos alunos que as resolvam em duplas para facilitar a troca de ideias e informações, incentivando a consulta ao livro e às anotações feitas no caderno sempre que surgir alguma dúvida, estimulando, assim, a autonomia e a confiança dos alunos.

Notamos que a tarefa 6 pode trazer alguns obstáculos para o aluno, uma vez que se pode confundir quais são os termos de uma proporção, extremos e meios. Neste caso, espera-se que o professor reforce com frequência em outras situações tais termos.

Para melhor compreendermos as noções praxeológicas exigidas na resolução desta tarefa, segue sua grade de análise:

Quadro 8 - Tarefa 6

Tipo de tarefa: Para fazer um refresco, mistura-se suco concentrado com água na razão de 3 para 5. Nessas condições, 9 copos de suco concentrado devem ser misturados a quantos copos de água?

Técnica: Utilizar noção de medidas e quantidade, calcular razão e proporção.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, medidas, razão e proporção e conhecimentos aritméticos.

Teoria: Medidas e grandezas, razão e proporção.

Ostensivos: Escritural de medidas e quantidade, escritural de proporções.

Não ostensivo: Noções de razão e proporção, propriedade fundamental das proporções.

Fonte: a autora (2021).

Neste tipo de tarefa, o aluno precisa conhecer os ostensivos numéricos de medidas e quantidades, assim como utilizá-los para identificação de uma razão, a fim de aplicar no cálculo da proporção. Tais conhecimentos exigem do professor estratégias de ensino que possibilitem ao aluno reconhecer essas noções, tornando-as mais compreensíveis e aplicadas em outros contextos o seu dia a dia.

Além desses conceitos sobre razão e proporção, a BNCC (BRASIL, 2018) também propõe a resolução e elaboração de problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Para os autores Junior e Castrucci (2018), mesmo que o conceito de grandezas diretamente proporcionais não ter sido apresentado formalmente até o momento, propõem a tarefa 7 para que os alunos tentem resolver utilizando raciocínio lógico. Veja um exemplo de tarefa proposta pelos autores.

Figura 15 - Tarefa 7

Em uma receita de bolo, são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizada. Quantos ovos serão necessários para 2 kg de farinha?



Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 215).

Observamos que o contexto utilizado na tarefa 7 também pode estar relacionado às habilidades da BNCC (BRASIL, 2018, p. 295) propostas na disciplina de Matemática:

Resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.

Trata-se de uma situação que envolve quantidade de ingredientes em uma receita, na qual o aluno pode vivenciar em seu contexto social, bem como ampliar ou reduzir as porções de acordo com sua necessidade. Para melhor compreensão das noções exigidas pelos alunos na tarefa 7, segue sua grade de análise.

Quadro 9 - Tipo de tarefa 7

Tipo de tarefa: Em uma receita de bolo, são necessários 2 ovos para cada 0,5 kg de farinha utilizada. Quantos ovos serão necessários para 2 kg de farinha?

Técnica: Utilizar noção de quantidade, grandezas e medidas, comparar proporção e calcular proporção e quantidade.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, proporção, grandezas e conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

Teoria: Medidas e grandezas, proporção.

Ostensivos: Escritural de quantidade, medidas e escritural de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de proporção, grandezas e medidas.

Fonte: a autora (2021).

O assunto abordado na tarefa 7, uma atividade culinária, é comum a quase todos os grupos sociais e, de acordo com Duffeck (2014), cada região possui diferentes maneiras de preparar os alimentos e costumes na alimentação. A socialização com os alunos dessas diferenças ou semelhanças, também pode ser utilizada de forma a contribuir para um melhor aprendizado, tornando o aluno um sujeito ativo na construção de seus conhecimentos.

O estudo de objetos matemáticos aplicado à atividade de culinária poderá facilitar a compreensão de conteúdos curriculares como: fração, unidades de medidas, entre outros, fazendo com que os alunos reconheçam a necessidade da utilização de outros números, que não os naturais, em situações cotidianas (DUFFECK, 2014).

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), o aluno ao reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas têm a mesma estrutura e podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos, favorecem na associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.

A BNCC (BRASIL, 2018) também sugere a resolução e elaboração de problemas que envolvam as operações com números racionais, abordando variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Bianchini (2018) abordou, de forma sucinta, o conceito de grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Em contrapartida, Júnior e Castrucci (2018), no livro *A Conquista da Matemática*, aprofundaram mais o tema, abordando até o conceito de regra de três, conforme veremos a seguir.

Figura 16 - Grandezas diretamente proporcionais no livro *A Conquista da Matemática*

☉ Grandezas diretamente proporcionais

Considere a seguinte situação:

Jaime trabalha organizando churrascos e a quantidade de carne, em quilogramas, que ele compra varia de acordo com a quantidade de convidados. Acompanhe na tabela a seguir.

Analizando a tabela, você pode notar que:

- se o número de convidados duplica, a quantidade de carne também duplica;
- se o número de convidados triplica, a quantidade de carne também triplica.

As duas grandezas aqui envolvidas (o número de convidados e a quantidade de carne) são chamadas **grandezas diretamente proporcionais**.

Quantidade de carne	
Número de convidados	Carne comprada (em kg)
50	10
100	20
150	30

Fonte: Dados fictícios.

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra também dobra; triplicando uma delas, a outra também triplica, e assim por diante.

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 220).

O objetivo desta proposta é apresentar aos alunos o conceito de grandezas diretamente proporcionais, pois, Jaime ao organizar churrascos, bem como relacionar quantidade de carne com números de pessoas convidadas, exige do aluno noções de grandezas, quantidades e proporções.

Interessante ressaltar que a situação aborda algumas relações fundamentais para o conhecimento de grandezas, como se o número de convidados triplica, a quantidade de carne também triplica. Logo, as duas grandezas são denominadas de diretamente proporcionais.

O objetivo deste problema é aplicar e consolidar a aprendizagem construída a respeito de grandezas proporcionais. Outro exemplo de situação em que temos grandezas proporcionais, que pode ser abordado com os alunos, é na produção de pães franceses em uma padaria, visto que o tempo de produção dos pães é proporcional à quantidade de pães produzidos. Outra relação possível consiste nas quantidades dos ingredientes da massa e o rendimento da receita, ou seja, quantos pães aquela receita produz.

Para ampliar o estudo, uma sugestão seria levar os alunos a uma padaria para conhecer o processo de produção dos pães franceses, colher dados da produção, como quantidade de pães produzidos em uma fornada e tempo de produção ou, até mesmo, a receita utilizada para a produção do pão e seu rendimento.

O professor pode realizar as seguintes reflexões com os alunos: as grandezas tempo para produzir os pães e a quantidade de pães produzidos são proporcionais? Qual é a razão dessa proporção? Qual é o rendimento da receita de pão da padaria? Caso o padeiro queira fazer metade da quantidade de pães, quanto de cada ingrediente ele deve utilizar?

Caso não seja possível realizar a visita à padaria, os alunos podem realizar uma pesquisa na internet a respeito da produção de pães, receitas utilizadas etc. Desse modo, as análises poderão ser feitas com os dados encontrados na pesquisa. Veja uma outra tarefa proposta pelos autores sobre o assunto:

Figura 17 - Tarefa 8

Observe a tabela e responda às questões.

Fertilização da plantação

Área do pomar	Quantidade de fertilizante
15 000 m ²	30 kg
20 000 m ²	40 kg

Fonte: Dados fictícios.

A tabela relaciona a área de um pomar e a quantidade utilizada de determinado fertilizante orgânico.

- Quando a área passa de 15 000 m² para 20 000 m², varia em que razão?
- Quando a quantidade de fertilizante passa de 30 kg para 40 kg, varia em que razão?
- Qual a quantidade (em kg) de fertilizantes necessária para um pomar com área de 30 000 m²? E para um pomar de 40 000 m²?
- Como podemos classificar as grandezas envolvidas nesse problema?

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 222).

A tarefa 8, proposta pelos autores, logo no início, apresenta um tipo de representação importante para o aluno, ou seja, uma tabela, que tem como objetivo promover a associação de uma atividade Matemática fazendo induções e conjecturas.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 267), o aluno deve:

[...] enfrentar situações problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto

escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Tal atividade também favorece um estudo interdisciplinar sobre questões de fertilização e plantação, conceitos que podem ser abordados na disciplina de Ciências, além de promover o desenvolvimento de outras competências sobre o que é e como fazer um pomar, o que podem se constituir em excelentes contextos para as aplicações dos conceitos matemáticos.

Esperamos que os alunos também desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da Matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. Para melhor compreensão da tarefa 9, segue sua grade de análise.

Quadro 10 - Tipo de tarefa 9

Tipo de tarefa: Observe a tabela e responda: a) Quando a área passa de 15000 m² para 20000 m², varia em que razão? b) Quando a quantidade de fertilizante passa de 30 kg para 40 kg, varia em que razão? c) Qual a quantidade (em kg) de fertilizantes necessária para um pomar com área de 30000 m²? E para um pomar de 40000m²? d) Como podemos classificar as grandezas envolvidas nesse problema?

Técnica: Utilizar noção de grandezas e medidas, calcular razão, proporção, comparar proporção e identificar grandezas diretamente proporcionais.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de uma tabela, de quantidade, grandezas e medidas, razão e proporção, grandezas diretamente proporcionais e conhecimentos aritméticos.

Teoria: Grandezas e medidas, razão, proporção, grandezas diretamente proporcionais.

Ostensivos: Escritural de medidas, de tabela e de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de razão, proporção e grandezas diretamente proporcionais.

Fonte: a autora (2021).

Ao elaborar a grade de análise da tarefa 9, identificamos que os alunos devem evocar alguns objetos ostensivos iniciais para resolução do problema como, saber interpretar uma tabela e reconhecer os tipos de medidas apresentados. Além disso, é necessário saber a noção de razão e proporção, a fim de aplicá-las com métodos de

cálculos aritméticos para obtenção da quantidade de fertilizantes para uma determinada área do pomar.

Após aplicar todos esses conhecimentos matemáticos, os alunos também precisam relacionar as razões e proporções calculadas, para classificar qual tipo de grandeza está sendo utilizada na situação proposta.

Para aprofundar ainda mais sobre as noções de grandezas, os autores propõem mais uma situação-problema aplicada à realidade do aluno, para discussão de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

A situação aborda a quantidade de livros que será distribuído igualmente entre os vencedores de uma gincana. Os autores propõem uma reflexão para o aluno compreender que quanto mais vencedores tiver, menor será a quantidade de livros que cada aluno receberá.

As duas grandezas envolvidas, número de alunos e quantidade de livros, são denominadas de grandezas inversamente proporcionais, pois se o número de alunos vencedores duplica, a quantidade de livros distribuídos cai pela metade, como ilustra a figura a seguir.

Figura 18 - Grandezas inversamente proporcionais no livro A Conquista da Matemática

🕒 Grandezas inversamente proporcionais

Considere a seguinte situação:

Uma escola tem 48 livros para distribuir igualmente entre os vencedores de uma gincana escolar. Se os vencedores forem dois alunos, cada um deles receberá 24 livros. Se forem quatro alunos, cada um receberá 12 livros. E se forem seis alunos, cada um receberá 8 livros. Vamos colocar esses dados na tabela seguinte:

Distribuição dos livros	
Número de alunos vencedores	Número de livros distribuídos a cada aluno
2	24
4	12
6	8

Fonte: Dados fictícios.



Analisando a tabela, você pode notar que:

- se o número de alunos vencedores duplica, o número de livros distribuídos para cada aluno cai para a metade;
- se o número de vencedores triplica, o número de livros distribuídos para cada aluno cai para a terça parte.

As duas grandezas aqui envolvidas (o número de alunos vencedores e o número de livros que serão distribuídos a cada aluno) são chamadas **grandezas inversamente proporcionais**.

Dois grandezas são **inversamente proporcionais** quando, dobrando uma delas, a outra se reduz para a metade; triplicando uma delas, a outra se reduz para a terça parte, e assim por diante.

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 221).

O problema sugerido por Júnior e Castrucci (2018) também pode promover um debate que os alunos possam apresentar outras situações envolvendo grandezas inversamente proporcionais, comparando com as grandezas diretamente proporcionais. O professor pode questionar quais são as semelhanças e diferenças em cada um dos casos, contribuindo na compreensão das noções de grandezas direta ou inversamente proporcionais ou não são proporcionais.

Podemos, também, citar outros exemplos de situações que podem obter grandezas inversamente proporcionais, como: quanto mais torneiras utilizamos para encher um tanque, menor o tempo de enchimento, quanto mais ônibus uma empresa coloca para levar uma quantidade específica de pessoas, menor será a quantidade de viagens feitas, entre outras situações. Segue uma tarefa proposta pelos autores.

Figura 19 - Tarefa 10

Um ônibus faz o percurso da Praça Central até a praça de um bairro. Um fiscal registrou as velocidades do ônibus e o tempo gasto nos percursos de ida e volta:

Registro dos percursos

Velocidade	Tempo
50 km/h	96 min
60 km/h	80 min

Fonte: Dados fictícios.

- a) Quando a velocidade passou de 60 km/h para 50 km/h, variou em que razão?
- b) Quando o tempo gasto no percurso passou de 80 min para 96 min, variou em que razão?
- c) Se a velocidade média do ônibus fosse de 30 km/h, qual seria o tempo gasto no percurso de ida e volta?
- d) A velocidade do ônibus e o tempo gasto nos percursos são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 223).

Trata-se de uma atividade que pode ser aplicada ao contexto do aluno, qual propõe uma discussão sobre a velocidade do ônibus, e que conforme sua velocidade aumenta o tempo de percurso diminuiu. A proposta dos autores também vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018) que indica a resolução de problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. Observe a grade para análise praxeológica da tarefa 10.

Quadro 11 - Tipo de tarefa 10

Tipo de tarefa: Um ônibus faz o percurso da Praça Central até a praça de um bairro. Um fiscal registrou as velocidades do ônibus e o tempo gasto nos percursos de ida e volta. a) Quanto a velocidade passou de 60 km/h para 50 km/h, variou em razão? b) Quando o tempo gasto no percurso passou de 80 min para 96 min, variou em que razão? c) Se a velocidade média do ônibus fosse de 30 km/h, qual seria o tempo gasto no percurso de ida e volta? d) A velocidade do ônibus e o tempo gasto nos percursos são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais?

Técnica: Utilizar noção de grandezas e medidas, calcular razão e proporção, comparar proporção e identificar grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de uma tabela, quantidade, razão, proporção, conhecimentos aritméticos para resolução do problema, medidas e grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Teoria: Razão, proporção, medidas e grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Ostensivos: Escritural de medidas, tabela e operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções de razão, proporção e grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Fonte: A autora (2021).

Para que o aluno solucione a tarefa 10, após a construção da grade de análise, observamos a necessidade de conhecimentos e habilidades de leitura e interpretação de uma tabela, evidenciando a importância dos conceitos relacionados à Probabilidade e Estatística, também propostos pela BNCC (BRASIL, 2018).

O aluno também precisa conhecer alguns ostensivos relacionados às unidades de medidas como, quilometro, hora e minuto, para que depois aplicados às noções de razão e proporção consigam classificar entre grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Ressaltamos que o professor pode propor outras discussões aos alunos que envolvam o tema em estudo, citar exemplos que envolvem a velocidade de um jogador de futebol ou algum outro atleta, a velocidade que uma bicicleta ou outros móveis podem atingir, assim como tantas outras situações aplicadas ao contexto do aluno.

Dellatorre (2021) apresenta que as situações de aprendizagem devem levar o aluno a observar as variações entre as grandezas, estabelecendo relações entre elas

quando forem resolver problemas de proporcionalidade e que o professor deve aproximar essas atividades matemáticas da realidade dos alunos.

Outras formas para resolução de algumas situações são o uso das regras de três simples e composta. Os autores Júnior e Castrucci (2018), para verificar se os alunos compreendem a relação entre os conceitos de grandezas e números direta e inversamente proporcionais estudados anteriormente, apresentam a situação da lei de *Hooke*, utilizada na disciplina de Física para aplicação da deformação de uma mola, introduzindo a regra de três simples para sua resolução, como ilustra a figura a seguir.

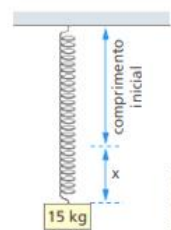
Figura 20 - Regra de três simples no livro *A Conquista da Matemática*

Regra de três simples

Agora, acompanhe as situações a seguir.

Na extremidade de uma mola, presa a um suporte, é colocada uma peça com massa de 10 kg, verificando-se, então, que seu comprimento inicial aumenta em 42 cm. Se colocarmos uma peça com massa de 15 kg na extremidade dessa mola, qual será o aumento do comprimento de sua deformação?

Vamos representar por x o aumento do comprimento da deformação da mola.



Para isso, organizamos o quadro a seguir.

Massa	Aumento do comprimento
10 kg	42 cm
15 kg	x

A lei de Hooke é uma lei da Física a qual garante que, se duplicarmos a massa de um corpo suspenso em uma extremidade da mola, o aumento na deformação da mola também duplicará. Logo, essas grandezas (massa da peça e deformação da mola) são diretamente proporcionais. Assim, os números 10 e 15 são diretamente proporcionais aos números 42 e x .

Dai, temos:

$$\frac{10}{15} = \frac{42}{x} \Rightarrow 10x = 15 \cdot 42 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 42}{10} \Rightarrow x = 3 \cdot 21 \Rightarrow x = 63$$

O aumento do comprimento da mola passará a ser de 63 cm.

Fonte: Júnior; Castrucci (2018, p. 224).

A situação aborda o comprimento de deformação de uma mola, na qual se duplicarmos a massa de um corpo suspenso em uma extremidade da mola, o aumento da deformação da mola também duplicará.

Ressaltamos que os autores discutem sobre um tema interdisciplinar aplicado à Física e à Matemática, centrado na contextualização e interdisciplinaridade, que é um potencial por permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos, dentro ou fora da Matemática.

Os autores aproveitam o contexto para propor, além de discussões de outra disciplina, para abordar a noção de regra de três simples, que consiste em observar a variação de duas grandezas dependentes e aplicar o conceito de grandezas proporcionais, ou seja, se duplicarmos a massa de um corpo suspenso em uma extremidade da mola, o aumento da deformação da mola também duplicará, logo, essas grandezas são diretamente proporcionais, então os números 10 e 15 são diretamente proporcionais aos números 42 e x :

$$\frac{10}{15} = \frac{42}{x} \rightarrow 10x = 630 \rightarrow x = \frac{630}{10} \rightarrow x = 63$$

Então, temos que o aumento do comprimento da mola será de 63 m. O professor precisa compreender que, sem os conhecimentos das noções básicas de razão e proporção, os alunos poderão ter dificuldades para estabelecer as relações corretas entre a propriedade fundamental das proporções, assim como identificação de que tipo de grandezas o problema aborda, ou seja, diretamente ou inversamente proporcionais.

Assim, ao concluir que as grandezas variam de forma direta, ou seja, que são diretamente proporcionais, os alunos devem montar a proporção levando em consideração que as razões entre os valores correspondentes das grandezas sejam iguais.

Ainda com intuito de trabalhar a regra de três simples, os autores Júnior e Castrucci (2018) apresentam uma situação sobre a velocidade de um piloto e o tempo gasto em alguns percursos.

Figura 21 - Regra de três simples no livro A Conquista da Matemática

Em um treino de automobilismo, um piloto fez parte do percurso em 18 segundos, registrados pelo cronômetro, com uma velocidade média de 200 km/h. Se a velocidade média fosse de 240 km/h, qual seria o tempo gasto nessa parte do percurso?

Vamos representar por x o tempo procurado.

Se duplicarmos a velocidade inicial do carro, o tempo gasto no percurso cairá pela metade, e assim por diante. Logo, as grandezas são inversamente proporcionais. Assim, os números 200 e 240 são inversamente proporcionais aos números 18 e x .

Para isso, organizamos o quadro a seguir.

Velocidade	Tempo
200 km/h	18 s
240 km/h	x

Dai, temos:

$$\frac{200}{240} = \frac{x}{18} \Rightarrow 200 \cdot 18 = 240 \cdot x \Rightarrow 3600 = 240x \Rightarrow \Rightarrow 240x = 3600 \Rightarrow x = \frac{3600}{240} \Rightarrow x = 15$$

A situação tem como objetivo promover uma discussão para que alunos concluam que as grandezas variam de forma inversa, ou seja, que são inversamente proporcionais e devem montar a proporção levando em consideração que a razão entre os valores de uma grandeza é igual à razão inversa entre os valores correspondentes da outra grandeza.

O professor pode trazer outros exemplos, como: para fazer um percurso a 25 km/h, um carro leva 2 horas; para fazer o mesmo percurso a 30 km/h, qual será o tempo gasto? Verificando que as grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais, podemos montar a seguinte proporção considerando que a velocidade varia de 25 km/h para 30 km/h enquanto o tempo varia de 2 horas para x .

De acordo com Oliveira et al. (2006), devemos estimular os alunos a pensar em como seria realizar as atividades humanas do nosso cotidiano sem os instrumentos adequados de medição de tempo. Considerando o contexto apresentado, é provável que alguns alunos digam que boa parte das atividades humanas atuais sofreria grandes impactos se não houvessem instrumentos adequados para realizar a medição de tempo.

O professor pode levar os alunos a pensar a respeito das diversas medidas de tempo, desde as mais longas, como o tempo de vida dos planetas, que é medido em bilhões de anos, até as medidas necessárias em experimentos da Física quântica, relacionadas a frações de segundos, o que também vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018) quando indica a utilização de problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento.

Com intuito de aplicar os conceitos relacionados às grandezas diretamente e inversamente proporcionais, com utilização da regra de três simples, Júnior e Castrucci (2018) realiza um estudo com aplicação de valores nutricionais de algumas frutas.

Destacamos que se trata de uma atividade que aborda questões alimentares e nutricionais dos nossos alunos, que vai ao encontro com assunto abordado no desenvolvimento do PEP proposto nesta pesquisa, o que evidencia a importância do tema em estudo.

O professor pode aproveitar a temática para debater com os alunos a importância de uma alimentação saudável, equilibrada, com consumo diversificado de

frutas, legumes e verduras, evitando os alimentos ultra processados. Caso julgar interessante, solicitar aos alunos que pesquisem o assunto e montem cartazes para serem divulgados na comunidade escolar.

A BNCC (BRASIL, 2018), como proposta para disciplina de Ciências, elenca a importância de discussões sobre a ocorrência de distúrbios nutricionais, como obesidade, subnutrição, entre crianças e jovens a partir da análise de seus hábitos, tipos e quantidade de alimento ingerido, prática de atividade física, entre outros.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), é fundamental que se organize um cardápio equilibrado com base nas características dos grupos alimentares, nutrientes e calorias com os alunos e nas necessidades individuais, atividades realizadas, idade, para a manutenção da saúde do organismo. Neste sentido, a partir de um trabalho interdisciplinar, o professor pode desenvolver com os alunos reflexões sobre hábitos saudáveis, além de relacionar com conhecimentos matemáticos.

Os autores Júnior e Castrucci (2018), para trabalhar regra de três simples, apresentaram a seguinte tarefa sobre valor nutricional das frutas.

Figura 22 - Tarefa 11

Valor nutricional das frutas

Responda às questões no caderno.

1. Na tabela a seguir, temos os valores nutricionais de algumas frutas consideradas de origem brasileira.

Tabela de valor nutricional

Fruta (em 100 gramas de polpa)	Valor energético (em quilocalorias)	Carboidratos (em gramas)	Proteínas (em gramas)	Gorduras totais (em gramas)
Abacaxi	50	13,1	0,54	0,12
Abacate	160	8,53	2	14,66
Banana	89	22,84	1,09	0,33
Morango	32	7,68	0,67	0,3
Goiaba	68	14,32	2,55	0,95
Laranja	47	11,75	0,94	0,12

Fonte: ESCOLA PAULISTA DE MEDICINA. Grupo de alimentos: frutas e sucos. Disponível em: <<http://tabnut.dis.epm.br/grupo/0900/frutas-e-sucos?ac=pequi&lr=>>>. Acesso em: 10 out. 2018.

- a) Joana ingeriu no café da manhã 50 gramas de abacate. Quantas quilocalorias de energia ela ingeriu?
- b) Entre as frutas apresentadas na tabela, quais contêm a **menor** quantidade de:
- carboidratos?
 - proteínas?
 - valor energético?



- c) Uma pessoa consumiu em um dia 120 gramas de polpa de abacaxi e 80 gramas de polpa de morango. Quantos gramas de carboidratos essa pessoa consumiu com a ingestão dessas frutas?
- d) Quantos miligramas de proteínas ingeriu uma pessoa que consumiu 78 gramas de banana?
- e) Uma pessoa fez um suco usando água e 35 gramas de polpa de goiaba. Quantos gramas de gordura continha esse suco?

Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 227).

A tarefa 11 traz os valores nutricionais de algumas frutas consideradas de origem brasileira a partir de uma tabela. A partir dos dados, os alunos deverão relacionar as razões para cálculo de proporções diversas. Para melhor entendermos sobre as noções necessárias para essa tarefa, segue sua grade de análise.

Quadro 12 - Tipo de tarefa 11

Tipo de tarefa: Na tabela a seguir, temos os valores nutricionais de algumas frutas consideradas de origem brasileira. a) Joana ingeriu no café da manhã 50 gramas de abacate. Quantas quilocalorias de energia ela ingeriu? b) Entre as frutas apresentadas na tabela, quais contêm a menor quantidade de carboidratos? proteínas? valor energético? c) Uma pessoa consumiu em um dia 120 gramas de

polpa de abacaxi e 80 gramas de polpa de morango. Quantos gramas de carboidratos essa pessoa consumiu com a ingestão dessas frutas? d) Quantos miligramas de proteínas ingeriu uma pessoa que consumiu 78 gramas de banana? e) Uma pessoa fez um suco usando água e 35 gramas de polpa de goiaba. Quantos gramas de gordura continha esse suco?

Técnica: Utilizar noção de grandezas e medidas, calcular razão e proporção, comparar proporção, identificar grandezas diretamente e inversamente proporcionais e aplicar regra de três simples.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de uma tabela, quantidade, unidades de medidas, tipos de grandezas, razão e proporção, conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

Teoria: Unidade de medidas, grandezas, razão, proporção e regra de três simples.

Ostensivos: Escritural de medidas, quantidades, tabelas e de operações fundamentais.

Não ostensivo: Noções grandezas, razão, proporção e regra de três simples.

Fonte: A autora (2021).

A tarefa exige dos alunos alguns conhecimentos relacionados a interpretação de informações disponibilizados em uma tabela, exigindo habilidades e competências apresentadas na BNCC (BRASIL, 2018), como compreensão e construção de gráficos e tabelas para comparação de quantidades e proporções, resultando na construção de argumentos e a coerência das conclusões.

O aluno necessita saber noções relacionadas às unidades de medidas, bem como quanto vale um grama, uma quilocaloria, um miligrama, além da definição de termos específicos como, proteínas, valor energético e carboidratos.

Uma sugestão de estratégia pedagógica, neste processo, seria o professor solicitar ajuda especializada de algum profissional da área, seja um nutricionista ou um professor de Ciências, ou fazer uso de vídeos entre outros meios tecnológicos para apresentar tais conhecimentos específicos aos alunos.

Após estudo do contexto que está aplicada a tarefa 11, os alunos precisam das noções de ostensivos de quantidades, medidas e operações básicas fundamentais, para que na sequência consigam aplicar os não ostensivos de razão, proporção, grandezas e regra de três simples.

Destacamos que a tarefa exige dos alunos diversos comandos, desde o cálculo de calorias para 50 gramas de abacate a partir da divisão, assim como a comparação

de quais frutas apresentam menor quantidade de caloria, proteínas e valor energético. Propõe também cálculos que envolvem grandezas diretamente proporcionais a partir da quantidade de consumo de frutas e suas respectivas composições, o que poderia ser resolvido pelo simples cálculo da multiplicação e divisão ou também a partir da regra de três simples.

Para concluir a análise das relações institucionais em livros didáticos, selecionamos a última tarefa para grade de análise que tem como objetivo levar os alunos a ampliar os conhecimentos adquiridos com situações de variação de grandezas, mas agora temos três ou mais grandezas que se relacionam, sendo direta ou inversamente proporcionais.

Os autores Júnior e Castrucci (2018), para abordar a regra de três composta com os alunos, trouxe uma situação com consumo de combustível em uma frota de táxi.

Figura 23 - Tarefa 12

Em 30 dias, uma frota de 25 táxis consome 100 000 L de combustível. Em quantos dias uma frota de 36 táxis consumiria 240 000 L de combustível?



Fonte: Júnior e Castrucci (2018, p. 230).

A tarefa 12 relaciona a quantidade de combustível em litros para que uma frota de táxi em um determinado período de tempo. O professor pode propor a situação ao aluno, deixar ele pensar, criar estratégias para resolver o problema e na sequência intervir para compreender como se pode aplicar uma regra de três composta.

Para melhor conhecermos quais noções os alunos precisam ter para resolver a tarefa, segue sua grade de análise.

Quadro 13 - Tipo de tarefa 12

Tipo de tarefa: Em 30 dias, uma frota de 25 táxis consome 100000 L de combustível. Em quantos dias uma frota de 36 táxis consumiria 240000 L de combustível.

Técnica: Utilizar noção de grandezas e medidas, construir proporções e aplicar regra de três composta.

Tecnologias: Conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, proporção, grandezas e conhecimentos aritméticos para resolução de regra de três composta.

Teoria: Medidas, grandezas, proporção e regra de três composta.

Ostensivos: Escritural de grandezas, medidas e de operações fundamentais para resolução de regra de três composta.

Não ostensivo: Noções de proporção e regra de três composta.

Fonte: a autora (2021).

A partir da grade de análise, observamos que os alunos precisam conhecer as unidades de medidas, como litros e dias, apresentadas no problema. Na sequência, o aluno precisa relacionar a quantidade de dia, de táxi e consumo de combustível, montando as proporções de forma correta.

Além disso, é necessário evocar os objetos não ostensivos sobre grandezas diretamente e inversamente proporcionais, para que seja aplicada, de forma adequada, a regra de três simples composta.

O aluno deve fixar a grandeza “dia”, as grandezas “número de dias” e “quantidade de táxi” são inversamente proporcionais, pois se aumentar o número de táxi trabalhando o número de dias diminuiu. Fixando novamente a grandeza “número de dias”, a grandezas “quantidade de combustível” são diretamente proporcionais, pois se aumentar a quantidade de combustível também aumenta a quantidade de dias.

Se durante a realização da atividade os alunos apresentarem dificuldades, o professor pode auxiliar no processo trocando as palavras, criando outros problemas como: quantidade de operários numa fábrica, de horas trabalhada e o número de dias, em que deve-se fixar a grandeza “horas por dia”, as grandezas “número de dias” e “número de operários” são inversamente proporcionais, pois para um mesmo número

de aparelhos produzidos e trabalhando a mesma quantidade de horas por dia, se aumentarmos o número de operários, o número de dias diminui.

Fixando a grandeza “número de operários”, as grandezas “número de dias” e “horas por dia” são inversamente proporcionais, pois para um mesmo número de aparelhos produzidos e um mesmo número de operários, se aumentarmos as horas trabalhadas por dia, o número de dias diminui.

Interessante observarmos que, após realizar as análises de grades em tarefas propostas em dois livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental, sobre ensino de razão e proporção, encontramos uma sinergia dos conhecimentos abordados com a BNCC (BRASIL, 2018), bem como a importância de noções, tanto de objetos matemáticos quanto de outras áreas, exigidas dos alunos para resolução dos problemas propostas.

A análise das relações institucionais nos livros didáticos, assim como na BNCC (BRASIL, 2018), propostos neste capítulo, servirá de base para análise do PEP aplicado na turma do 7º ano do Ensino Fundamental, vistos no próximo capítulo.

7 ANÁLISE DO PEP APLICADO A UMA TURMA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

A partir da aplicação do PEP em estudo, este capítulo tem como objetivo apresentar e analisar os dados coletados na pesquisa. Trata-se de um tópico em que os dados foram analisados de acordo com a teoria da TAD, bem como as relações institucionais identificadas a partir da análise na BNCC (BRASIL, 2018) e nos livros didáticos, apresentados no capítulo 6.

Ressaltamos que, durante a transcrição dos dados, identificamos alguns erros de ortografia e gramática dos alunos, porém, respeitamos e mantivemos sua forma de escrita, preservando a autenticidade do material coletado.

7.1 Primeira sessão

Nesta primeira sessão, com intuito de orientar e esclarecer todas as possíveis dúvidas sobre a pesquisa com os alunos, realizamos a leitura dos termos de consentimento e assentimento com toda a turma. Durante a leitura dos termos, algumas dúvidas surgiram como:

Alunos: “O que é um doutorado?”

Professor: Trata-se de um curso de pós-graduação, ou seja, no meu caso, eu fiz a graduação em licenciatura em Matemática, depois, realizei minha especialização em Educação Científica e Tecnológica, em seguida, o mestrado e, agora, estou cursando o doutorado, no qual terei título de Doutora em Educação Matemática.

Alunos: “Mas, por que é necessário realizar a atividade com a turma?”; “O que vai fazer com os trabalhos?”

Professor: Para conclusão do meu doutorado, é necessário desenvolver uma tese, que é o desenvolvimento de uma pesquisa inovadora. No meu caso, estou aplicando uma metodologia com vocês, uma forma de ensinar Matemática e depois juntamente com os teóricos vou analisar e validar se isso contribuiu ou não para o ensino de proporcionalidade.

Observamos, neste primeiro momento, o interesse dos alunos a partir da proposta de uma atividade e metodologia diferente, daquelas que estão habituados. Trata-se de uma sala de sessão com perfil de alunos agitados, são participativos e

críticos, o que demanda um tempo maior para desenvolvimento de qualquer atividade, devido à quantidade de participações.

De acordo com Chevallard (2012), a dialética de busca da questão-resposta fornece a descrição do processo de busca pela resposta “R”, ou seja, é possível compreender a composição do tempo didático desenvolvido na busca por esta resposta, que tem relação com a ideia de cronogênese, a qual está relacionada ao avanço do tempo didático numa instituição.

Logo, não somente nesta sessão, mas em todas outras, observamos a limitação do tempo definido pela instituição, o que acarretou no desenvolvimento do PEP em diversas sessões, estimadas conforme tempo de uma aula do currículo da escola.

Assim, após o esclarecimento das dúvidas, solicitamos que os alunos levassem o termo para que seu responsável assinasse e, na próxima sessão, seria iniciada a elaboração do trabalho.

7.2 Segunda sessão

No início da sessão, os alunos entregaram os termos assinados pelos seus responsáveis, o que totalizou em 39 alunos participantes da pesquisa. No primeiro momento, a turma foi dividida em oito grupos, nos quais os alunos se organizaram por escolha própria, da seguinte forma:

Quadro 14 - Organização dos grupos de alunos

Grupos	Quantidade de alunos
Grupo 1	5 alunos
Grupo 2	5 alunos
Grupo 3	4 alunos
Grupo 4	5 alunos
Grupo 5	5 alunos
Grupo 6	5 alunos
Grupo 7	5 alunos
Grupo 8	5 alunos

Fonte: a autora (2019).

Em seguida, os alunos sentaram com seus respectivos grupos para responder a primeira atividade de início da aplicação do PEP, com o seguinte questionamento: “*Q0: Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis?*”. Neste momento, surgiram alguns questionamentos:

Aluno grupo 4: Vamos poder levar somente frutas e verduras no piquenique?

Professora: Vocês acham que só frutas e verduras são saudáveis?

Aluno grupo 1: Não, mas comidas que contém eles, sim!

Professora: Então, primeiramente vamos refletir em pesquisar sobre o que seria alimentos saudáveis.

Os alunos, além de discussões entre o grupo, também utilizaram aparelhos celulares, conectados à internet, para realização da pesquisa. Neste caso, em específico, surgiu a necessidade da utilização recursos e estratégias que não havia sido planejado a priori. Neste sentido, observamos a importância do papel das novas tecnologias que vêm ganhando cada vez mais espaço e importância no mundo atual.

Do ponto de vista da TAD, encontramos, aqui, a dialética mídia-meio, pois aos alunos foi permitido utilizar a mídia internet com o consentimento da escola, o que possibilitou a pesquisa imediata sem a necessidade de buscar em uma biblioteca ou de deixar para ser pesquisado em casa, permitindo um avanço no estudo proposto com a identificação das noções de mídia-meio.

Observamos, a partir de nossos estudos sobre a importância da tecnologia na educação, que de acordo com Lévy (1993), a utilização dessas tecnologias pode amplificar, exteriorizar e modificar funções cognitivas por favorecerem novas formas de acesso à informação e novos estilos de raciocínio e de construção do conhecimento.

O seu desenvolvimento e acesso trouxe alterações que afetam tanto o indivíduo quanto a sociedade, possibilitando novas formas de pensar e atuar. Neste caso em específico, foi possível mudar a forma de pensar, assim como construir conhecimento a partir do acesso à informação em um aparelho celular, conectado à internet.

Ressaltamos assim, que a proposta de estudo por meio de um PEP conduz a utilização de diversos recursos, em particular, do recurso internet, que é integrado à investigação da pesquisa, sendo usado de forma a responder às necessidades do aluno, o que contribui para a utilização racional desse recurso, justificando seu emprego e mostrando sua eficácia.

Desse modo, outra questão pertinente neste trabalho de investigação foi a necessidade de conhecimentos relacionados à outra disciplina, como a definição de alimentos saudáveis, que foi estudada por meio das indicações encontradas na internet e da discussão e reflexão levantadas a partir dessas indicações.

Destacamos que essa questão poderia ser tratada pelo professor de Ciências, participando da sessão em questão ou aproveitando o estudo do PEP para tratar a questão de composição dos alimentos em sua disciplina. Essa necessidade da inserção de conhecimentos de outras áreas na aula, vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 267), na qual apresenta que os alunos precisam:

Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Neste sentido, evidencia o quanto esse tipo de metodologia, pautada em situações do cotidiano do aluno, no seu papel como participativo do processo de ensino e aprendizagem, pode contribuir também para o trabalho da interdisciplinaridade.

Após a pesquisa sobre o que eram alimentos saudáveis, foi proposta a seguinte pergunta: *Como podemos organizar a sala para que cada grupo apresente sua resposta?*

Alguns alunos sugeriram que um integrante de cada grupo apresentasse a resposta e outros que fosse registrada na lousa. Assim, chegamos a um consenso de que um aluno de cada grupo colocaria sua resposta na lousa, conforme ilustra o quadro a seguir, que além disso, também foi entregue por escrito em uma folha de papel.

Quadro 15 - Extrato com respostas dos alunos

Grupos	Resposta da pergunta: <i>O que são alimentos saudáveis?</i>
--------	---

<p style="text-align: center;">G1</p> <p>SÃO ALIMENTOS RICOS EM FIBRAS, VITAMINAS E MINERAIS, MANTENDO A SAÚDE E O BOM FUNCIONAMENTO DO ORGANISMO.</p>	<p>“São alimentos ricos em fibras, vitaminas e minerais, mantendo a saúde e bom funcionamento do organismo.”</p>
<p style="text-align: center;">G2</p> <p>RICOS EM FIBRAS, VITAMINAS E MINERAIS. MANTENDO A SAÚDE DO ORGANISMO, DEVENDO SER CONSUMIDOS EM GRANDES QUANTIDADES POR PARTE DA</p>	<p>“Ricos em fibras, vitaminas e minerais, mantendo a saúde do organismo, devendo ser consumido todo dia”.</p>
<p style="text-align: center;">G3</p> <p>São alimentos que fazem bem para saúde, ajudam a emagrecer e combatem algumas doenças e contém muitas vitaminas e melhora o funcionamento do sangue e do sistema digestivo.</p>	<p>“São alimentos que fazem bem para a saúde, ajudam a emagrecer, combatem algumas doenças e contém muitas vitaminas e melhora o funcionamento do sangue e do sistema digestivo”.</p>
<p style="text-align: center;">G4</p> <p>São alimentos que aumentam a imunidade e dá uma vida saudável.</p>	<p>“São alimentos que aumentam a imunidade e dá uma vida saudável”</p>

<p>G5</p> <p>São alimentos que precisam ser consumidos diariamente pois contém nutrientes necessários para o Bom funcionamento do corpo.</p>	<p>“São alimentos que podem ser consumidos diariamente, pois contém nutrientes necessários para o bom funcionamento do corpo.”</p>
<p>G6</p> <p>Uma alimentação saudável é aquela que garante principalmente, que seu organismo esteja recebendo todos os nutrientes que ele precisa...</p>	<p>“Uma alimentação saudável é aquela que garante principalmente, que seu organismo esteja realmente recebendo todos os nutrientes que ele precisa”.</p>
<p>G7</p> <p>Trigo, arroz, milho, centeio, cevada, Pão...</p> <p>São alimentos ricos em fibras, vitaminas e minerais. Que fazem bem para o organismo e deve ser consumido todo dia.</p>	<p>“Trigo, arroz, milho, centeio, cevada, pão,... São alimentos ricos em fibras, vitaminas e minerais. Que fazem bem para o organismo e deve ser consumido todo dia.”</p>

<p>98</p> <p>Os alimentos saudáveis precisam ter um enfoque principal em hábitos alimentares regionais, estimulando o consumo de alimentos naturais com alto valor nutritivo.</p>	<p>“Os alimentos saudáveis precisam ter um enfoque principal em hábitos alimentares regionais, estimulando o consumo de alimentos naturais com alto valor nutritivo.”</p>
---	---

Fonte: a autora (2020).

A razão dessa primeira ação didática era compreender quais seriam as respostas que os alunos apresentariam. O material escrito também deu apoio, sendo um dos elementos auxiliares na proposta da atividade, pois assim os alunos apresentaram uma resposta, que não foi avaliada nem como certa e nem errada.

Outro item que se observa na coleta dos dados é consonância de acordo com uma das competências da BNCC (BRASIL, 2018, p. 267), em que o aluno precisa:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Afinal, os alunos ao organizarem suas informações, construírem esquemas e expressarem suas repostas, sintetizando as conclusões, visa contribuições para os processos de aprendizagem.

Durante a realização da atividade proposta, os alunos apresentaram questões e respostas discutidas em seus grupos, a saber:

Aluno do grupo 2: Para ser saudável, o alimento tem que ter fibra?

Aluno do grupo 4: Claro que não, ele precisa ter nutrientes.

Aluno do grupo 5: O importante é ser da nossa região? Não entendi o porquê disso!

Como os alunos apresentaram dificuldades em explicitar o que era alimento saudável e porque consumir os regionais, foi indicada uma possível resposta e demos continuidade ao estudo.

Professora: Pessoal, na verdade o alimento saudável é aquele rico em nutrientes e que de preferência sejam os regionais, pois se tratam alimentos mais frescos, da época e ajudam no desenvolvimento econômico da região.

Ressaltamos que durante essa atividade os alunos participaram efetivamente, estavam empolgados e envolvidos para pesquisar sobre a questão proposta. Observamos, também, que foram os próprios alunos que escolheram os caminhos a serem traçados para encontrar uma resposta para o questionamento inicial.

Para Chevallard (2003), essa investigação permite englobar práticas sociais de diferentes conhecimentos como: pesquisa científica, investigação policial, jornalística, entre outras, ou seja, esse movimento retrata onde cada cidadão ou grupo de cidadão deve ser capaz de investigar qualquer assunto que escolher e usar as ferramentas praxeológicas de sua formação escolar, ou seja, a técnica de pesquisar e buscar novas informações.

Além disso, constatamos, no modelo do PEP que havíamos desenvolvido a priori (ANEXO - Roteiros para as intervenções), se os caminhos traçados para responder à questão eram os mesmos ou se surgiram novas possibilidades que não havíamos listado (CHEVALLARD, 2008). A seguir, observamos o roteiro para segunda sessão com as deduções das possíveis perguntas propostas na atividade:

Quadro 16 - Roteiro para 2ª sessão

Q₀: *Quais alimentos saudáveis entre os preferidos de vocês?*

Questões decorrentes de Q₀:

Q₁: Pode ser qualquer tipo de alimento?

Q₂: Que tipos de alimentos existem?

Q₃: Como identificar um alimento saudável?

Q₄: Quais componentes considerar para selecionar os alimentos saudáveis?

Q₅: Como podemos selecionar os 3 alimentos de acordo com a resposta de todos os alunos?

Q₄: Como escolher o mais viável?

Q₅: Como organizar os dados?

Ressaltamos que, apesar de não tratar especificamente das noções de proporcionalidade, esse segundo encontro não teve impacto na cronogênese, pois tinha sido considerado na mesogênese e possibilitou um maior envolvimento dos alunos nos encontros posteriores, servindo assim para alimentar a topogênese, que deu margem a uma participação ativa dos alunos, como constatamos no quadro 8, que mostra as questões e respostas apresentadas pelo grupo durante a reflexão e discussão.

Identificamos, também, em relação aos fundamentos teóricos (TAD) que “x” é a turma do 7º ano do Ensino Fundamental, “y” o professor (pesquisador) e Q₀: Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis?

Estes elementos criam um meio “M”, composto de respostas “R” e de perguntas “Q”. As respostas “R” fornecidas pelos alunos nesta sessão foram somente organizadas e apresentadas no quadro, com objetivo de sistematização. Para finalizar a análise desta sessão, foi possível observar que a Q₀ é ao mesmo tempo a questão geradora e também geradora de todas outras questões, afinal é ela que dá suporte ao desenvolvimento inicial e de todo estudo.

Passamos para o próximo encontro, indicado como 3ª sessão, pois seguimos o cronograma proposto pela escola para o desenvolvimento das noções de razão e proporção no 7º ano do Ensino Fundamental.

7.3 Terceira sessão

Após os alunos chegarem a uma conclusão do que são alimentos saudáveis, nesta sessão, foram orientados, que quando for realizado o piquenique, será possível levar somente três alimentos saudáveis para toda sala. Considerando isso, propomos a seguinte pergunta: *Quais são os alimentos saudáveis preferidos de vocês? Como podemos selecionar três para o piquenique?*

Após as perguntas muitos alunos começaram a questionar:

Aluno grupo 1: Professora tem que ser doce ou salgado?

Aluno grupo 3: Mas e a bebida, entra como alimento saudável?

Aluno grupo 6: Só pode ser três?

Professora: Pode ser salgado, doce e também bebida. O que vocês preferem?

Vamos chegar em um consenso de toda a sala?

Neste momento, os alunos se agitaram e todos queriam falar ao mesmo tempo, portanto, foi proposto que cada grupo escolhesse uma opção e depois fosse realizado uma votação. Após a votação, ficou decidido que cada grupo deveria sugerir um tipo de bebida, uma comida salgada e um doce para o piquenique.

Desenvolvemos outra competência proposta pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 267), em que o aluno deve fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, que a partir de discussões e reflexões, possam organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Enquanto os alunos discutiam entre si sobre as escolhas dos alimentos um deles perguntou:

Aluno grupo 3: Professora, posso escolher refrigerante sem açúcar? Como ele não tem açúcar ele é saudável não é?

Aluno grupo 1: É mesmo, então podemos escolher o refrigerante sem açúcar!

Professora: Pessoal, vamos fazer o seguinte: Que tal escolhermos um tipo de suco e um tipo de refrigerante então? Depois em consenso com a turma escolhermos um tipo, pode ser?

Alunos: Beleza! Combinado!

Durante a realização da tarefa proposta, em que cada grupo precisava decidir quais alimentos levar para o piquenique, muitas discussões e debates ocorreram, pois cada aluno tinha preferência por um determinado alimento, o que resultou em estratégias de escolha para acordo comum.

A partir desta situação, observamos uma interação com alunos de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento da tarefa para responder questionamento e na busca de solução, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas, aprendendo com eles e chegando num consenso, o que também vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018).

Com relação à dialética indivíduo-coletivo, de acordo Chevallard (2013), esta situação corresponde à divisão de responsabilidades no processo de estudo da questão geradora, ou seja, a responsabilidade do coletivo de alunos “x” no processo de busca pela resposta “R”.

Destacamos, também, que os grupos de “x” são resultantes do sistema didático “S”, em que o professor “y” não participa de forma ativa, pois as decisões são tomadas nos grupos dos alunos.

Após ficar decidido que cada grupo deveria escolher um tipo de refrigerante, um tipo de suco, um tipo de comida salgada e um tipo de doce, um aluno de cada grupo apresentou o que foi escolhido, conforme ilustra o quadro a seguir:

Quadro 17 - Escolha de alimentos de cada grupo

Grupo	Composição dos alimentos escolhidos para o piquenique
1	Refrigerante <i>sprite</i> , suco de manga <i>del vale</i> , misto quente e bolo de cenoura.
2	Refrigerante guaraná, suco de laranja natural, lanche natural e bolo de cenoura.
3	Refrigerante coca cola, suco de uva natural, bolinho de queijo assado, bolo de cenoura de pote.
4	Refrigerante <i>Fanta uva</i> , suco de laranja Viva Feliz, lanche natural e bolo de cenoura.
5	Refrigerante coca cola, suco de melancia pão de aveia com grão de bico e bolo de cenoura.
6	Refrigerante soda, suco de laranja natural, sanduiche natural com peito de peru e salada de frutas.
7	Refrigerante tubaína, suco de maracujá natural, bolinha de queijo com salada e bolo de chocolate.
8	Refrigerante <i>pepsi</i> , suco de laranja natural, lanche natural e bolo de cenoura.

Fonte: a autora (2020).

A partir da realização da atividade identificou alguns conhecimentos mobilizáveis e disponíveis dos alunos, ou ainda saberes associados que necessitam de uma pesquisa que ultrapassa o contexto escolar, podendo ser indicada a apresentação de casos desenvolvidos, mais especificamente que tipo de alimentos esses alunos têm contato em seu dia a dia.

Bosch (1994) também apresenta que as práticas sociais estão formadas por instituições como exemplo, a cultura, família, um sistema de ensino, entre outros, que de acordo com Chevallard (2003), refere-se a um dispositivo social que possibilita o

trabalho com diversos temas, ou seja, o que se enquadra na busca de saberes desses alunos a partir de suas práticas sociais, sejam elas na escola ou fora dela.

A sessão terminou com um aluno de cada grupo apresentando quais alimentos escolheram. Logo, desenvolvemos, por meio do ostensivo escrito e oral, a ampliação das experiências para o desenvolvimento da oralidade.

7.4 Quarta sessão

Nesta sessão, após a escolha dos alimentos de cada grupo, realizamos os seguintes questionamentos:

Professora: Qual a composição de cada alimento que seu grupo escolheu?

Aluno grupo 3: Como assim professora? O que é essa composição?

Professora: Preciso que vocês pesquisem sobre as informações nutricionais de cada alimento que vocês escolheram e escrevam o que cada uma delas significam.

Aluno grupo 1: Tipo caloria, professora? E daí vamos pesquisar como o que cada um significa?

Professora: Isso mesmo, mas precisamos descrever as composições de todos os alimentos que seu grupo escolheu. Vocês podem utilizar seus celulares conectados à internet para a pesquisa.

Durante a pesquisa sobre a composição dos alimentos, os grupos discutiram entre si sobre a quantidade de calorias, açúcar e sódio dos alimentos, resultando em diferentes trajetórias e questionamentos para cada um, completando os possíveis caminhos apresentados no nosso roteiro, afim de surgir e assim ampliar nossos questionamentos iniciais em relação à questão geradora.

De acordo com Chevallard (2003), esse tipo de investigação, desenvolvida pelo PEP em estudo, permite abordar práticas sociais a partir de pesquisa científica, apresentando o que cada aluno é capaz de investigar, utilizando as ferramentas praxeológicas de sua formação escolar ou do seu cotidiano, para pesquisar e buscar novas informações.

Para que os alunos pudessem pesquisar e responder à questão proposta, novamente, fizeram uso de aparelhos celulares conectados à internet, mostrando mais uma vez o termo proposto na TAD, dialética *média-milieux* (mídia-meios), que fornece novos dados ou informações para desenvolvimento de uma determinada atividade. (ARTIGUE et al., 2010).

Conforme os alunos foram pesquisando para resolver a situação, outros questionamentos surgiram.

Aluno grupo 2: Professora, pesquisei sobre a composição do refrigerante guaraná e do suco de laranja, mas o suco de laranja é mais calórico, isso quer dizer o guaraná antártica é mais saudável?

Professora: Veja bem, o suco de laranja pode ser mais calórico, mas e a quantidade de nutrientes com relação ao refrigerante, como fica? Façam uma comparação e analisem esses componentes.

Aluno grupo 1: Professora, nós escolhemos o suco del vale de manga, mas ele tem muito mais açúcar e sódio que o refrigerante sprite, quer dizer que a melhor escolha é o refrigerante?

Professora: O grupo de vocês fez a opção pelo suco industrializado e se vocês estivessem escolhidos o suco de manga natural, como será que seria a composição? Pesquisem sobre isso e reflitam sobre.

Quando olhamos para os questionamentos apresentados pelos alunos vamos ao encontro com as ideias de Chevallard (2007), qual define um PEP como uma organização didática, cujo foco é o estudo de questões relacionadas ao mundo, que não se limita a uma única disciplina, o que conduz a uma didática codisciplinar.

De acordo com Guadagnini (2018), observamos que está sendo proposto aos alunos um dos objetivos principais do PEP, que é introduzir na escola uma epistemologia que possibilite a substituição do paradigma escolar da monumentalização de saberes por questionamento do mundo, para na sequência, dar sentido ao estudo escolar de Matemática.

Nesta sessão, os alunos pesquisaram e discutiram sobre a composição das bebidas que cada grupo escolheu, possibilitando momentos de interação, investigação e resposta para umas das questões que surgiu durante os caminhos traçados para responder à questão geradora.

7.5 Quinta sessão

Considerando que, na sessão anterior, muitos alunos tiveram dúvidas com relação à quantidade de calorias, açúcar, entre outros componentes dos alimentos, nesta sessão, apresentamos, aos alunos, três vídeos ao respeito da composição dos alimentos, bem como a quantidade de açúcar, proteínas e carboidratos. O primeiro

vídeo apresentou, de forma lúdica, a quantidade de açúcares existentes nos refrigerantes.

Vídeo: “Manual do Mundo - Descubra a quantidade de açúcar nos refrigerantes”.¹¹

O segundo vídeo trouxe exemplos de quantidades de açúcares e sódio em diversos alimentos como, biscoito recheado, suco de caixa, suco em pó, salgadinhos e pães industrializados.

Vídeo: “Danilo Gentili mostra quantidade de açúcar e sal nos alimentos”.¹²

O terceiro vídeo apresentou o que são e como queimar calorias dos alimentos, trazendo informações importantes sobre como cada indivíduo absorve gorduras.

Vídeo: “O que são e como queimar calorias”¹³.

Nesta sessão, destacamos mais uma vez a importância dos recursos tecnológicos, pois a partir de vídeos disponibilizados pela internet, apresentamos, aos alunos, algumas informações importantes sobre a composição dos alimentos, ou seja, novamente temos a presença da dialética *média-milieux* (mídia-meios) proposta pela TAD.

Para Levy (1993), os computadores, bem como recursos digitais podem exercer uma função de tecnologia intelectual que reestrutura a percepção de mundo pelo ser humano, modificando sua forma de agir e pensar.

Logo, o acesso a esses recursos modifica a estrutura da atividade intelectual humana, desenvolvendo estruturas mais complexas, que alteram as formas como adquirimos informações e interferem diretamente no pensamento, ampliando as possibilidades de obtenção e armazenamento de informações.

Os alunos, após assistirem aos vídeos, fizeram diversos comentários ao respeito do assunto:

Aluno grupo 5: Nossa, a gente toma refrigerante e metade é açúcar e sal!

Aluno grupo 6: Professora, mas o importante é a gente consumir o refrigerante só uma vez por semana, né?

Professor: Bom, como vocês puderam observar o refrigerante é uma bebida com alta quantidade de açúcar e sal, então seu consumo em excesso pode trazer

¹¹ Disponível em: <http://manuandomundo.com.br>

¹² Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=ccwqsXaJbM>.

¹³ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=gFFnNcwQ6ho>.

danos à nossa saúde. O ideal é trocarmos essa bebida por uma mais saudável, mais natural, que é rico em nutrientes e vitaminas.

Aluno grupo 4: Professora, minha mãe sempre fala que não tem problema a gente tomar refrigerante de vez em quando, só não podemos beber todo dia e nem em uma quantidade muito grande.

Aluno grupo 1: Mas se a gente pode substituir por um suco, melhor né?

Professora: Muito bem, pessoal! Temos que nos conscientizar de que um suco natural é mais saudável e que o consumo de refrigerante deve ser reduzido.

Assim, de acordo com Chevallard (2007), entendemos que a busca pela resposta “R”, em um PEP, evidencia a dialética das mídias e dos meios, pois é necessário buscar diversas respostas, que são acessíveis às diferentes mídias existentes. No entanto, essas respostas sofrem desconstruções e reconstruções em função das necessidades que o desenvolvimento de um PEP, depende das praxeologias existentes e principalmente da integração de outras praxeologias.

A partir dos questionamentos dos alunos, notamos que essas praxeologias didáticas irão formar um sistema, o que permite responder à questão geradora proposta inicialmente, podendo assim demandar aulas com metodologias diferentes, estudos sobre outras áreas e discussões para auxiliar a compreensão de praxeologias relacionadas a esses outros conhecimentos.

Nesta sessão, verificamos um interesse e indignação por parte dos alunos sobre a quantidade de açúcar e sódio nos alimentos. Os alunos saíram da sala discutindo sobre o assunto, comentando sobre a quantidade de refrigerante que consomem em seu dia a dia e que precisava mudar esse hábito.

Durante a busca pela resposta “R”, nesta etapa, identificamos também o desenvolvimento de algumas habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) na disciplina de Ciências, que evidencia a importância dos conhecimentos relacionados às características dos grupos alimentares, como nutrientes e calorias, e nas necessidades individuais para a manutenção da saúde do organismo.

7.6 Sexta sessão

Na sexta sessão, os alunos precisavam terminar a pesquisa sobre a composição dos alimentos, porém a turma estava agitada e empolgada com o

assunto. Então, os alunos foram deslocados para a quadra esportiva do colégio, em que cada grupo se organizou num determinado espaço para o término da pesquisa.

Desse modo, relacionamos esse deslocamento de espaço como uma das definições da TAD, quando Chevallard (2003) apresenta que a instituição I é um dispositivo social, que pode certamente não ter uma extensão muito reduzida no espaço social mas que permite e impõe os seus temas externos. Em outras palavras, as pessoas x que ocupam diferentes posições na instituição I são submetidas ao estabelecimento de diferentes formas de fazer e pensar próprias da instituição, o que pode gerar em mudanças de locais para o indivíduo.

Esse tipo de atividade fora da sala de aula pode ser uma estratégia para promover o aprendizado de uma forma mais divertida, pois trata-se de um momento diferente, que gera um estímulo ao aluno. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), essas práticas podem ocupar os mais diversos espaços da escola, espalhando para o seu entorno e favorecendo as relações entre os alunos.

Outra questão relevante neste processo, trata-se de alunos que, muitas vezes, não se sentem à vontade em falar com os seus professores, ao sair do ambiente da sala de aula, pode ser uma forma de criar vínculos entre docentes e alunos, dando ao primeiro as ferramentas necessárias para compreender as diferentes necessidades de cada aluno.

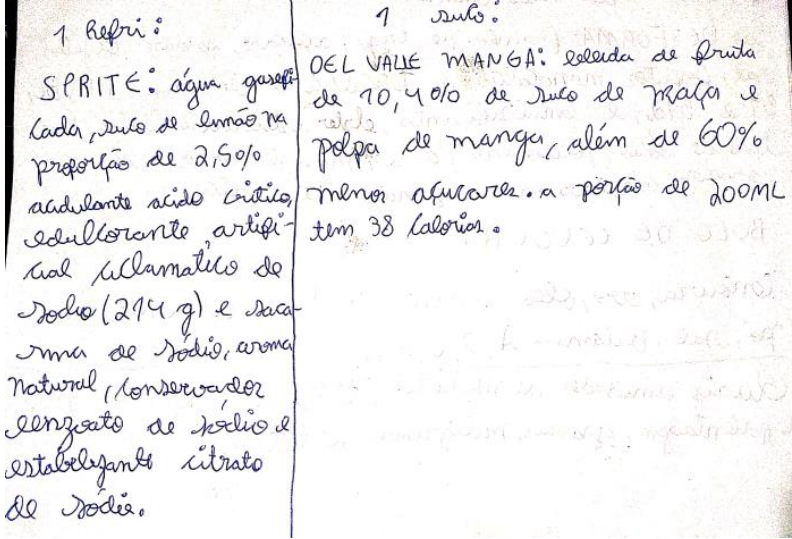
Para Souza (2017), os professores devem valorizar as aprendizagens fora da sala de aula, pois estas consolidam e reforçam o trabalho desenvolvido dentro da sala de aula, contribuindo para a formação geral do aluno, diversificando os contextos de aprendizagem.

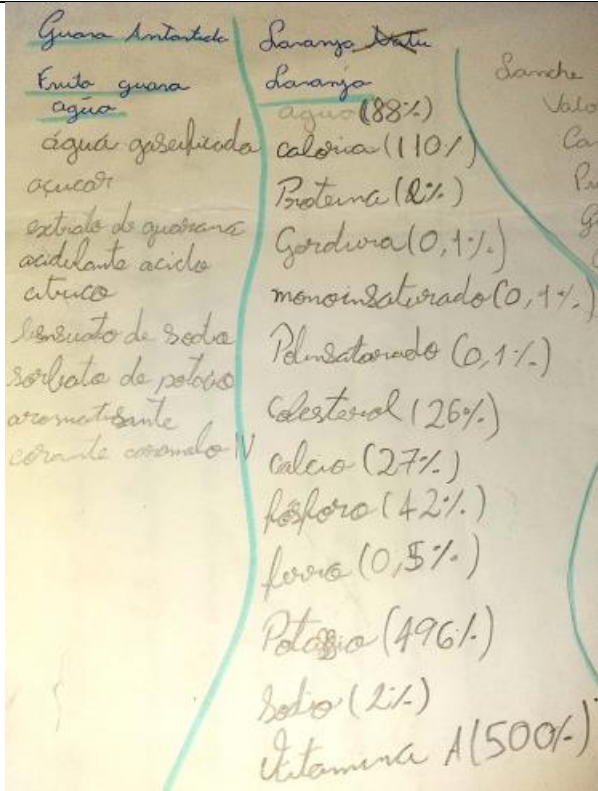
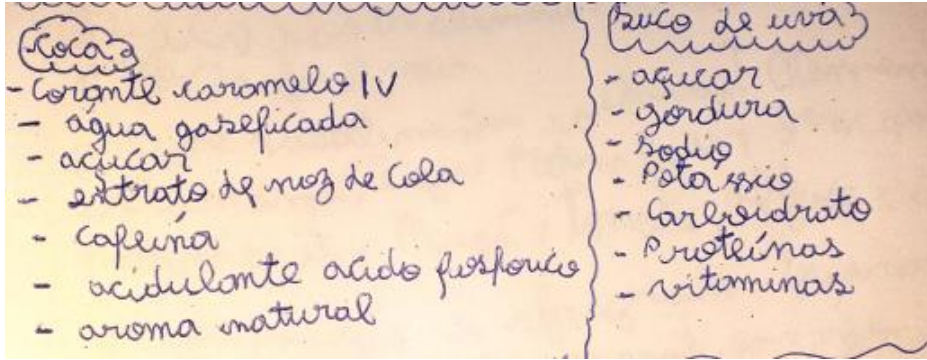
Explorar outros espaços pode despertar estímulos que são inibidos pelo trabalho rotineiro de sala de aula, o que pode auxiliar na construção do conhecimento, além de contribuir para habilidades de observação e criatividade.

Durante a realização da atividade, percebemos que alguns alunos estavam impressionados com algumas composições presentes nos alimentos. O que mais chamou atenção foi a quantidade de calorias, pois estavam comparando um alimento com outro.

Após o término da pesquisa, foram recolhidas as anotações feita por cada grupo.

Quadro 18 - Extrato dos alunos com a composição das bebidas de cada grupo

Grupo	Composição dos alimentos escolhidos para o piquenique
<p>1</p>	<p>Refrigerante <i>sprite</i> e suco de manga <i>del vale</i></p>  <p>1 Refri: SPRITE: água gaseificada, suco de limão na proporção de 2,5%, acidulante ácido cítrico, edulcorante artificial ciclamato de sódio (214 g) e sacarina de sódio (14 mg) por 200 ml, aroma natural, conservador benzoato de sódio e estabilizante citrato de sódio.</p> <p>1 suco: DEL VALE MANGA: bebida de fruta de 10,4% de suco de maçã e polpa de manga, além de 60% menor açúcares. A porção de 200ML tem 38 calorias.</p> <p>- Refrigerante Sprite: água gaseificada, suco de limão na proporção e 2,5%, acidulante ácido cítrico, edulcorante artificial ciclamato de sódio (214 mg) e sacarina de sódio (14 mg) por 200 ml, aroma natural, conservador benzoato de sódio e estabilizante citrato de sódio.</p> <p>- Suco Del Vale de manga: bebida de fruta de 10,4% de suco de maçã e polpa de manga, além de 60% menor açúcares. A porção de 200ml tem 38 calorias.</p>
<p>2</p>	<p>Refrigerante guaraná e suco de laranja natural</p>

		
3	<p>Refrigerante Coca-Cola e suco de uva natural.</p> 	
4	<p>Refrigerante Fanta uva e suco de laranja Viva Feliz</p>	

- Guaraná Antártica: Fruta guaraná, água gaseificada, açúcar, extrato de guaraná, acidulante ácido cítrico, conservadores: benzoato de sódio e sorbato de potássio, aromatizante e corante caramelo.

- Laranja: água (88%), caloria (110%), proteína (2%), gorduras (0,1%), monoinsaturado (0,1%), colesterol (26%), cálcio (27%), fósforo (42%), ferro (0,5%), potássio (496%), sódio (2%) e vitamina A (500%).

- Coca cola: corante caramelo IV, água gaseificada, açúcar, extrato de noz de cola, cafeína, acidulante ácido fosfórico e aroma natural.

- Suco de uva: açúcar, gordura, sódio, potássio, carboidrato, proteínas e vitaminas.

	<p>Suco: <u>Viva feliz</u></p> <p>Composição: suco de laranja integral sem conservantes.</p> <p>Refr.: <u>Fanta Uva</u></p> <p>Composição: água gaseificada, açúcar, sucos de uva, aroma sintético, acidulante ácido cítrico, regulador de acidez citrato de sódio, conservadores benzoato de sódio e sorbato de potássio, corantes artificiais amarantho, azul brilhante FCF e tartrazina</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Valor energético</th> <th>Açúcares</th> <th>Gorduras totais</th> <th>Gorduras saturadas</th> <th>Sódio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>130 Kcal</td> <td>32g</td> <td>0g</td> <td>0g</td> <td>42mg</td> </tr> <tr> <td>6%</td> <td>+</td> <td>0%</td> <td>0%</td> <td>2%</td> </tr> </tbody> </table> <p>- Suco Viva Feliz: suco de laranja integral sem conservantes.</p> <p>- Refrigerante Fanta Uva: Água Gaseificada, Açúcar, Sucos de Uva e Limão. Aroma Sintético Idêntico ao Natural, Reguladores de Acidez Ácido Cítrico e Citrato de Sódio, Conservadores Benzoato de Sódio e Sorbato de Potássio, Corantes Artificiais Amarantho, Azul Brilhante FCF e Tartrazina. Valor energético 130Kcal – 6% Açúcares 32g Gorduras totais 0g – 0% Gorduras saturadas 0g – 0% Sódio 42mg – 2%</p>	Valor energético	Açúcares	Gorduras totais	Gorduras saturadas	Sódio	130 Kcal	32g	0g	0g	42mg	6%	+	0%	0%	2%
Valor energético	Açúcares	Gorduras totais	Gorduras saturadas	Sódio												
130 Kcal	32g	0g	0g	42mg												
6%	+	0%	0%	2%												
5	<p>Refrigerante coca cola e suco de melancia</p> <p>Componentes de Bebidas - Refri: aromatizante natural, água gaseificada, açúcar, cafeína, corante de caramelo</p> <p>Suco = 88% de água, 110 calorias, 2 gramas de proteína</p> <p>Componentes melancia = vitaminas C e complexo B, sais minerais, fósforo e ferro e magnésio e água.</p> <p>- Refrigerante: aromatizante natural, água gaseificada, açúcar, cafeína, corante de caramelo. 88% de água, 110 calorias, 2 gramas de proteína.</p> <p>- Suco de melancia: vitamina C, complexo B, sais minerais, fósforo, ferro, magnésio e água.</p>															
6	<p>Refrigerante soda e suco de laranja natural</p>															

Refrigerante Soda (quantidade por porções)	Suco de Laranja
Valor energético: 92 Kcal	Calorias: 110 Kcal
Carboidratos: 23 g	Proteínas: 2 g
Sódio: 11 mg	Ácido graxo: 0,1 g
Cálcio: 1,14 mg	Polivitaminado: 0 mg
Potássio: 3,8 mg	Colesterol: 26 g
	Carboidratos: 27 mg
	Cálcio: 42 mg
	Fósforo: 0,5 mg
	Ferro: 496 mg
	Potássio: 2 mg
	Sódio: 500 U
	Vitamina A

- Refrigerante Soda: Quantidade por porções

Valor energético 92 Kcal, Carboidratos 23g, Sódio 11mg, Cálcio 1,14mg, Potássio 3,8mg.

- Suco de Laranja: Calorias 110Kcal, Proteínas 2g, Ácido graxo 0,1g, Colesterol 26g, Carboidrato 27mg, Cálcio 42mg, Fósforo 0,5mg, Ferro 496 mg, Potássio 2mg, Vitamina A.

7 Refrigerante tubaina e suco de maracujá natural

Refrigerante e seus componentes: Tubaina	Maracujá
Valor energético: 80 Kcal = 336 KJ	100 gramas = 97 calorias
Carboidratos: 20 g	Carboidratos: 2,2 g
Proteínas: 0 g	Proteínas: 1,2 g
Gorduras gerais: 0 g	Gorduras gerais: 0,7 g
Gorduras saturadas: 0 g	Gorduras saturadas: 0,1 g
Gorduras Trans: 0 g	Gorduras Trans: 0,4 g
Fibras Alimentares: 0 g	Fibras alimentares: 0,1 g
Sódio: 17 mg	Sódio: 28 g
Tubaina	maracujá

- Refrigerante Tubaina: Valor energético 80Kcal = 336KJ, Carboidratos 20g, Proteínas 0g, Gorduras gerais 0g, Gorduras saturadas 0g, Gorduras trans 0g, Fibras alimentares 0g, Sódio 17mg.

- Maracujá fruta: Calorias 100g= 97 calorias, Carboidratos 2,2g, Gorduras gerais 0,7g, Gorduras saturadas 0,1g, Gorduras trans 0,4g, Fibras alimentares 0,1g, Sódio 28g.

8 Refrigerante Pepsi e suco de laranja natural.

Suco de laranja - 88% de água, 110 calorias, 2g de proteína, 0,1g de gorduras, ácido graxo monoinsaturado 0,1g, 27 mg de cálcio, 42 mg de fósforo, 0,5 mg de ferro, 496 mg de potássio, 2 mg de sódio e 500 mg de vitamina A. Pepsi - aromatizante natural composto: água gaseificada, açúcar, cafeína, corante de caramelo, extrato de noz de cola e ácido fosfórico.

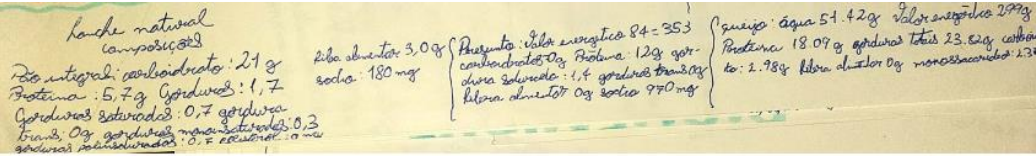
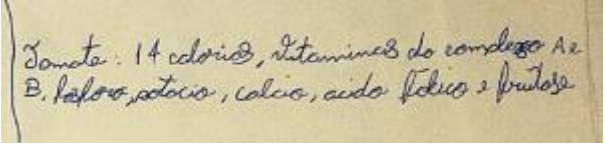
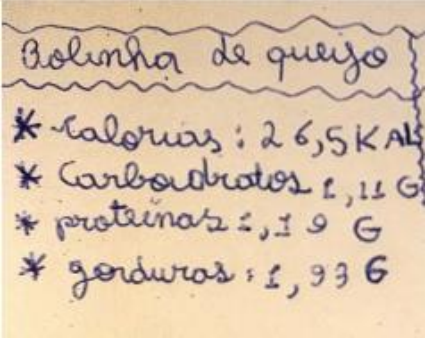
- Suco de laranja: 88% de água, 110 calorias, 2g de proteína, 0,1g gorduras, ácido graxo monoinsaturado 0,1g, 27 mg de cálcio, 42 mg de fósforo, 0,5 mg de ferro, 496 mg de potássio, 2mg de sódio e 500 mg de vitamina A.
- Refrigerante Pepsi: aromatizante natural, água gaseificada, açúcar, cafeína, corante de caramelo, extrato de noz de cola e ácido fosfórico.

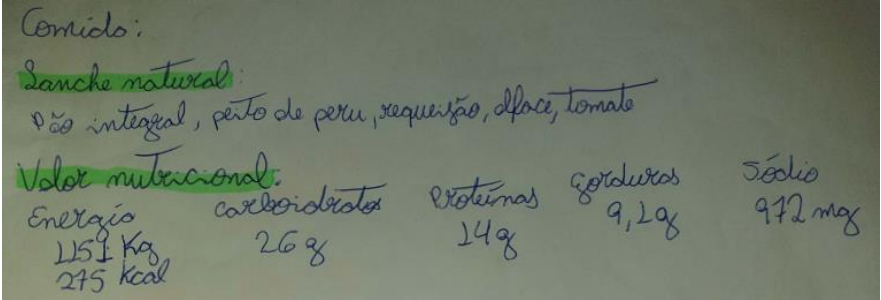
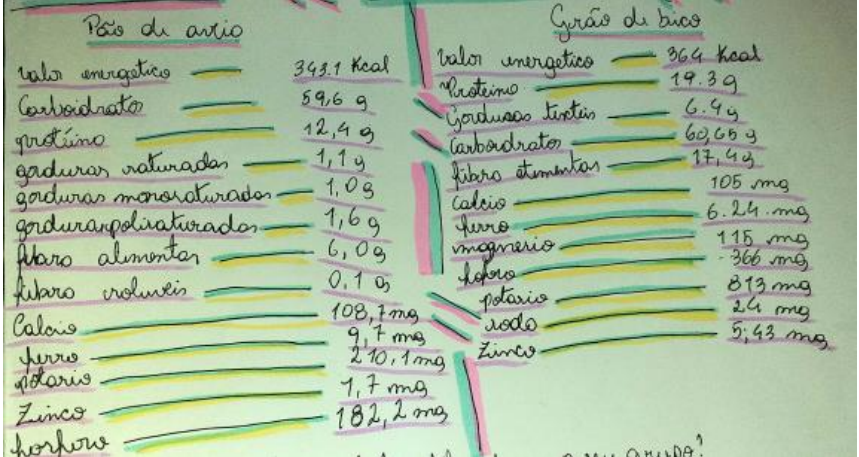
Fonte: a autora (2020).

Os alunos, com seus respectivos grupos, também pesquisaram sobre a composição dos alimentos salgados, conforme apresenta o quadro a seguir:

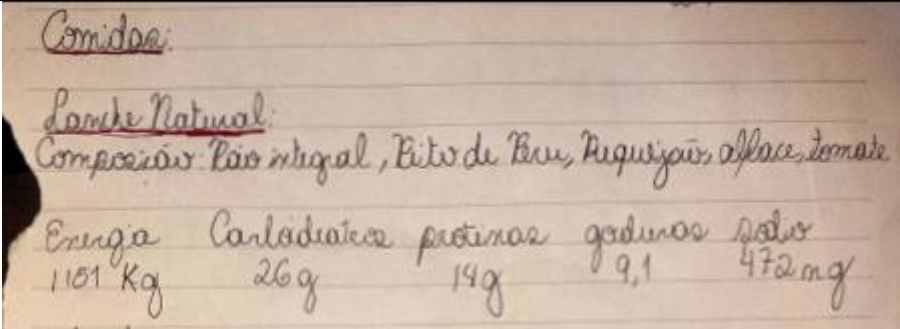
Quadro 19 - Extrato com a composição dos alimentos salgados de cada grupo

Grupo	Composição dos alimentos salgados escolhidos para o piquenique
1	<p>Misto quente</p> <p><u>Misto quente:</u> Ingredientes: Pão, queijo, presunto e Alface</p> <p><u>Queijo:</u> Água, proteínas, gordura, cloreto de sódio, sal, lactose, ácido láctico, sais minerais e vitaminas.</p> <p><u>Presunto:</u> É feito com peixe, um pouco mais e outro pouco gordura. O presunto tem mais gordura e até 2% de ácido para dar volume.</p> <p><u>Pão de forma:</u> Semente de trigo com farelo e ácido fólico, açúcar, gordura vegetal, sal, fosfatos monovalentes e trivalentes, vitaminas PP, B6, B1 e B12, emulsificantes estearoil-2-lactil, lactato de sódio, polissorbato 80 e mono e diglicérides de ácidos gordos, conservador propionato de cálcio.</p>

	<p>Ingrediente: Pão, queijo, presunto e alface.</p> <p>Queijo: Água, proteínas, gordura, cloreto de sódio, sal, lactose, ácido lacto, sais minerais e vitaminas.</p> <p>Presunto: É feito com pernil, uma parte nobre e outra pouco gordurosa. O presunto tem mais gordura e até 2% de amido para dar volume.</p> <p>Pão de forma: Farinha de trigo com ferro e ácido fólico, açúcar, gordura vegetal, sal fosfatos monocálcio e trocálcio, vitaminas B6, B1 e B12, emulsificantes, lactato de sódio, polisobato 80 e monogluécidos de ácidos graxos, conservados propionato de cálcio.</p>
<p>2</p>	<p>Lanche natural</p>  <p>composição</p> <p>Pão integral: carboidrato: 21g Proteína: 5,7g Gorduras: 1,7g Gorduras saturadas: 0,7g gordura trans: 0g gorduras monoinsaturadas: 0,3g gorduras poliinsaturadas: 0,7g</p> <p>queijo: água 51,42g valor energético 290g Proteína 18,09g gorduras totais 23,82g carboidrato: 2,98g fibra alimentar 0g monossacarídeos: 2,32g</p> <p>Presunto: valor energético 84 = 353 carboidratos 0g Proteína 12g gordura saturada: 1,4g gorduras trans: 80g fibra alimentar 0g sódio 970mg</p> <p>fibra alimentar: 3,0g sódio: 180mg</p>  <p>Tomate: 14 calorias, vitaminas do complexo A e B, fósforo, potássio, cálcio, ácido fólico e frutose</p> <p>Pão integral: carboidrato 21g, proteína 5,7g, gorduras 1,7g, gorduras saturadas 0,7g, gordura trans, 0g de gordura monossaturadas, fibra alimentar 3g, sódio 180mg.</p> <p>Presunto: valor energético 84 = 353, carboidrato 0g, proteína 12g, gordura saturada 1,7g, gorduras trans 80g, fibra alimentar 0g, sódio 970mg.</p> <p>Queijo: água 51,42g, valor energético 290g, proteína 18,09g, gorduras totais 23,82g, carboidrato 2,98g, fibra alimentar 0g, monossacarídeos 2,32g.</p> <p>Tomate: 14 calorias, vitaminas de complexo A e B, fósforo, potássio, cálcio, ácido fólico e frutose.</p>
<p>3</p>	<p>Bolinha de queijo assado</p>  <p>Bolinha de queijo</p> <p>* calorias: 26,5 KAL * Carboidratos: 1,11 G * proteínas: 1,19 G * gorduras: 1,93 G</p> <p>Bolinha de queijo assado Calorias: 25,5Kal Carboidratos: 1,11g Proteínas: 1,19g Gorduras: 1,93g</p>

<p>4</p>	<p>Lanche natural</p>  <p>Lanche natural Pão integral, peito de peru, requeijão, alface, tomate.</p> <p>Valor nutricional</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Energia</th> <th>Carboidrato</th> <th>Proteínas</th> <th>Gorduras</th> <th>Sódio</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1151 kg</td> <td>26g</td> <td>14g</td> <td>9,1g</td> <td>972mg</td> </tr> <tr> <td>275 Kcal</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio	1151 kg	26g	14g	9,1g	972mg	275 Kcal				
Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio												
1151 kg	26g	14g	9,1g	972mg												
275 Kcal																
<p>5</p>	<p>Pão de aveia com grão de bico</p>  <p>Pão de aveia</p> <p>Valor energético 343,1 Kcal, carboidratos 59,6g, proteína 12,4g, gorduras saturadas 1,1g, gorduras monossaturadas 1,0g, gordura polissaturada 1,6g, fibra alimentar 6,0g, fibra solúveis 0,1g, cálcio 108,7mg, ferro 9,7mg, potássio 210,1mg, zinco 1,7mg, fósforo 182,2mg</p> <p>Grão de bico</p> <p>Valor energético 364 Kcal, proteína 19,3g, gorduras têxteis 6,4g, carboidratos 60,65g, fibra alimentar 17,4g, cálcio 105mg, ferro 6,24mg, magnésio 115mg, fósforo 366mg, 813mg, sódio 24mg, zinco 5,43mg.</p>															
<p>6</p>	<p>Sanduche natural com peito de peru</p>															

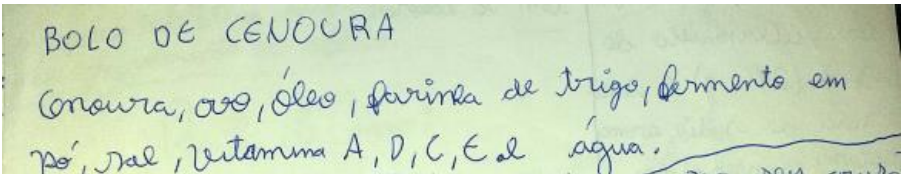
	<p>Comida: Sanduiche natural: Pão integral, peito de peru, requeijão, alface e tomate.</p> <p>Valor nutricional:</p> <table border="1"> <tr> <td>Energia</td> <td>Carboidrato</td> <td>Proteínas</td> <td>Gorduras</td> <td>Sódio</td> </tr> <tr> <td>115 KJ</td> <td>26g</td> <td>14g</td> <td>9,1g</td> <td>972mg</td> </tr> <tr> <td>275</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Comida: Sanduiche natural: pão integral, peito de peru, requeijão, alface e tomate.</p> <p>Valor nutricional</p> <table border="1"> <tr> <td>Energia</td> <td>Carboidrato</td> <td>Proteínas</td> <td>Gorduras</td> <td>Sódio</td> </tr> <tr> <td>115kg</td> <td>26g</td> <td>14g</td> <td>9,1g</td> <td>972mg</td> </tr> </table>	Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio	115 KJ	26g	14g	9,1g	972mg	275					Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio	115kg	26g	14g	9,1g	972mg
Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio																						
115 KJ	26g	14g	9,1g	972mg																						
275																										
Energia	Carboidrato	Proteínas	Gorduras	Sódio																						
115kg	26g	14g	9,1g	972mg																						
7	<p>Bolinha de queijo com salada</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Bolinha de queijo</th> <th>alface</th> <th>tomate</th> <th>cebola</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Calorias 26,5 Kcal</td> <td>Calorias 15</td> <td>Proteínas 0,8g</td> <td>Sódio 4mg</td> </tr> <tr> <td>Carboidratos 1,11g</td> <td>Gorduras 28mg</td> <td>Vitamina A 1131IU</td> <td>Potássio 140mg</td> </tr> <tr> <td>Proteínas 1,19g</td> <td>Potássio 194mg</td> <td>Fibra 2,3g</td> <td>Carboidratos 4g</td> </tr> <tr> <td>Gorduras 1,93g</td> <td>Proteínas 1,4g</td> <td></td> <td>Vitamina A e D 1,17</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Carboidrato 2,9g</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Bolinha de queijo Calorias 26,5Kcal Carboidratos 1,11g Proteínas 1,19g Gorduras 1,93g</p> <p>Alface Calorias 15 Gorduras 28mg Potássio 194mg Proteínas 1,4g Carboidrato 2,9g</p> <p>Tomate Proteínas 0,8g Vitamina A Fibra 2,3g</p> <p>Cebola Sódio 4mg Potássio 140mg Carboidratos 4g Vitamina A e D</p>	Bolinha de queijo	alface	tomate	cebola	Calorias 26,5 Kcal	Calorias 15	Proteínas 0,8g	Sódio 4mg	Carboidratos 1,11g	Gorduras 28mg	Vitamina A 1131IU	Potássio 140mg	Proteínas 1,19g	Potássio 194mg	Fibra 2,3g	Carboidratos 4g	Gorduras 1,93g	Proteínas 1,4g		Vitamina A e D 1,17		Carboidrato 2,9g			
Bolinha de queijo	alface	tomate	cebola																							
Calorias 26,5 Kcal	Calorias 15	Proteínas 0,8g	Sódio 4mg																							
Carboidratos 1,11g	Gorduras 28mg	Vitamina A 1131IU	Potássio 140mg																							
Proteínas 1,19g	Potássio 194mg	Fibra 2,3g	Carboidratos 4g																							
Gorduras 1,93g	Proteínas 1,4g		Vitamina A e D 1,17																							
	Carboidrato 2,9g																									
8	<p>Lanche natural</p>																									

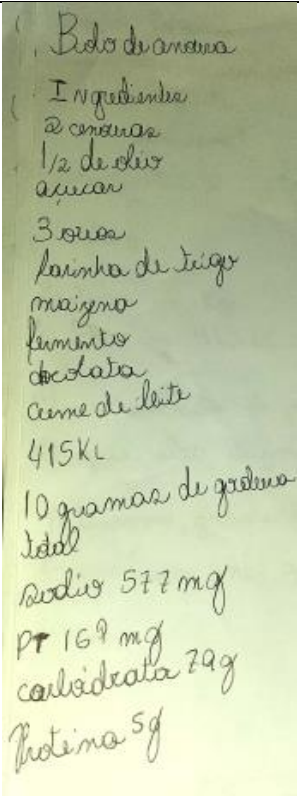
	 <p><u>Comidas:</u></p> <p><u>Lanche Natural:</u> Composição: Pão integral, Peito de Peru, Requeijão, alface, tomate</p> <table border="1"> <tr> <td>Energia</td> <td>Carboidratos</td> <td>proteínas</td> <td>gorduras</td> <td>sódio</td> </tr> <tr> <td>1151 Kg</td> <td>26g</td> <td>14g</td> <td>9,1</td> <td>472mg</td> </tr> </table> <p>Lanche natural Composição: Pão integral, peito de peru, requeijão, alface, tomate Energia Carboidrato Proteínas Gorduras Sódio 1151 kg 26g 14g 9,1 472mg</p>	Energia	Carboidratos	proteínas	gorduras	sódio	1151 Kg	26g	14g	9,1	472mg
Energia	Carboidratos	proteínas	gorduras	sódio							
1151 Kg	26g	14g	9,1	472mg							

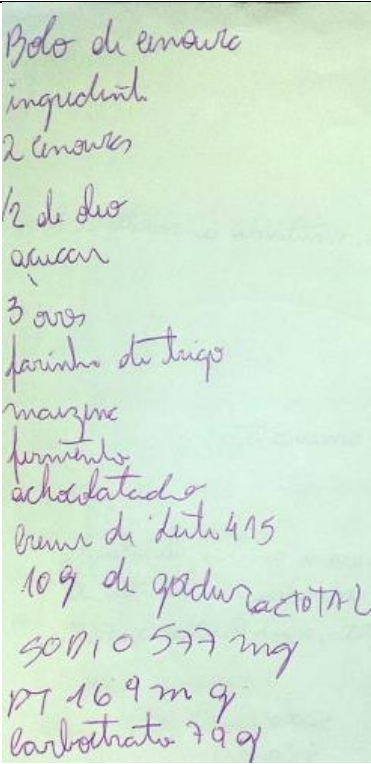
Fonte: a autora (2020).

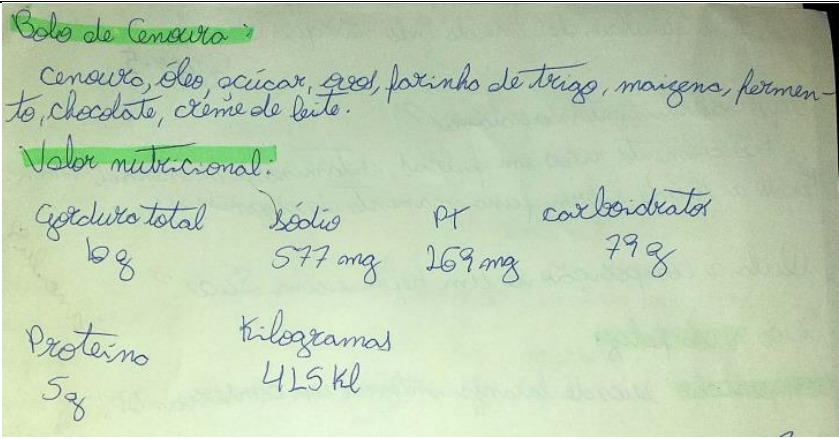
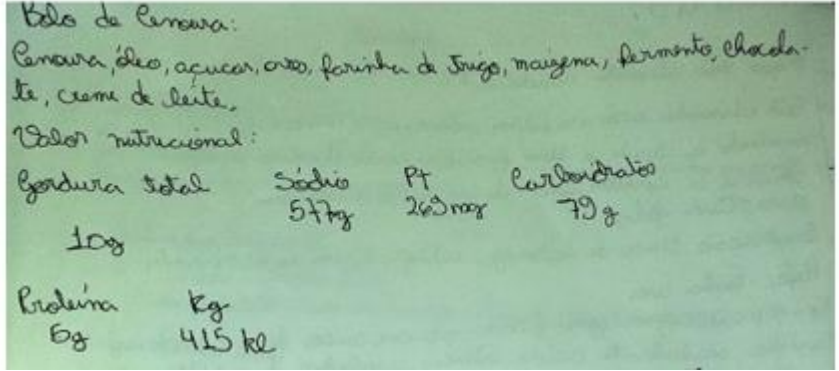
Após a escolha das bebidas e dos alimentos salgados, os alunos escolheram um prato doce, qual estão descritos no quadro a seguir:

Quadro 20 - Composição dos alimentos doces de cada grupo

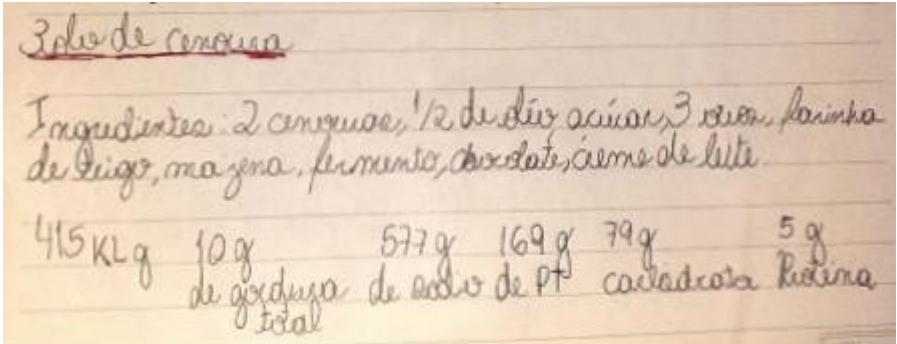
Grupo	Composição dos alimentos doces escolhidos para o piquenique
1	<p>Bolo de cenoura</p>  <p>Bolo de cenoura Cenoura, ovo, óleo, farinha de trigo, fermento em pó, sal, vitamina A, D, C e, água.</p>
2	<p>Bolo de cenoura</p>

	<p>Bolo de cenoura</p> <p>Ingredientes</p> <p>2 cenouras</p> <p>1/2 de óleo</p> <p>Açúcar</p> <p>3 ovos</p> <p>Farinha de trigo</p> <p>Maisena</p> <p>Fermento</p> <p>Chocolate</p> <p>Creme de leite</p> <p>415KI</p> <p>10 gramas de gordura</p> <p>Sódio 577mg</p> <p>PT 169 mg</p> <p>carboidrato 79g</p> <p>Proteína 5g</p>	 <p>Bolo de cenoura</p> <p>Ingredientes</p> <p>2 cenouras</p> <p>1/2 de óleo</p> <p>açúcar</p> <p>3 ovos</p> <p>farinha de trigo</p> <p>maisena</p> <p>fermento</p> <p>chocolate</p> <p>creme de leite</p> <p>415KI</p> <p>10 gramas de gordura</p> <p>Sódio 577mg</p> <p>PT 169 mg</p> <p>carboidrato 79g</p> <p>Proteína 5g</p>	
3	Bolo de cenoura de pote		

	 <p>Bolo de cenoura ingredientes 2 cenouras 1/2 de óleo açúcar 3 ovos farinha de trigo maizena fermento achocolatado creme de leite 415 10g de gordura total sódio 577mg PT 169mg carboidrato 79g</p> <p>Bolo de cenoura Ingredientes 2 cenouras 1/2 de óleo Açúcar 3 ovos Farinha de trigo Maisena Fermento Chocolate Creme de leite 10 gramas de gordura Sódio 577mg PT 169 mg Carboidrato 79g Proteína 5g</p>
4	Bolo de cenoura

	 <p>Bolo de Cenoura: Cenoura, óleo, açúcar, ovos, farinha de trigo, maisena, fermento, chocolate, creme de leite.</p> <p>Valor nutricional:</p> <table border="0"> <tr> <td>Gordura total</td> <td>Sódio</td> <td>PT</td> <td>Carboidratos</td> </tr> <tr> <td>10g</td> <td>577mg</td> <td>269mg</td> <td>79g</td> </tr> <tr> <td>Proteína</td> <td>Quilogramas</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5g</td> <td>415kl</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Bolo de cenoura Cenoura, óleo, açúcar, ovos, farinha de trigo, maisena, fermento, chocolate, creme de leite.</p> <p>Valor nutricional</p> <table border="0"> <tr> <td>Gordura total</td> <td>Sódio</td> <td>PT</td> <td>Carboidratos</td> </tr> <tr> <td>10g</td> <td>577mg</td> <td>269mg</td> <td>79g</td> </tr> <tr> <td>Proteína</td> <td>Quilogramas</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5g</td> <td>415KI</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos	10g	577mg	269mg	79g	Proteína	Quilogramas			5g	415kl			Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos	10g	577mg	269mg	79g	Proteína	Quilogramas			5g	415KI		
Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos																														
10g	577mg	269mg	79g																														
Proteína	Quilogramas																																
5g	415kl																																
Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos																														
10g	577mg	269mg	79g																														
Proteína	Quilogramas																																
5g	415KI																																
5	<p>Bolo de cenoura</p>  <p>Bolo de Cenoura: Cenoura, óleo, açúcar, ovos, farinha de trigo, maisena, fermento, chocolate, creme de leite.</p> <p>Valor nutricional:</p> <table border="0"> <tr> <td>Gordura total</td> <td>Sódio</td> <td>PT</td> <td>Carboidratos</td> </tr> <tr> <td>10g</td> <td>577g</td> <td>269mg</td> <td>79g</td> </tr> <tr> <td>Proteína</td> <td>Kg</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5g</td> <td>415kl</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Bolo de cenoura Cenoura, óleo, açúcar, ovos, farinha de trigo, maisena, fermento, chocolate, creme de leite.</p> <p>Valor nutricional</p> <table border="0"> <tr> <td>Gordura total</td> <td>Sódio</td> <td>PT</td> <td>Carboidratos</td> </tr> <tr> <td>10g</td> <td>577mg</td> <td>269mg</td> <td>79g</td> </tr> <tr> <td>Proteína</td> <td>Quilogramas</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5g</td> <td>415KI</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos	10g	577g	269mg	79g	Proteína	Kg			5g	415kl			Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos	10g	577mg	269mg	79g	Proteína	Quilogramas			5g	415KI		
Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos																														
10g	577g	269mg	79g																														
Proteína	Kg																																
5g	415kl																																
Gordura total	Sódio	PT	Carboidratos																														
10g	577mg	269mg	79g																														
Proteína	Quilogramas																																
5g	415KI																																
6	<p>Salada de frutas</p>																																

	<p>Salada de fruta - morango - maçã - laranja</p> <p>nutrientes do morango</p> <p>Calorias : 33</p> <p>Gorduras totais : 0,3 g</p> <p>Colesterol : 0 mg</p> <p>Sódio : 1 mg</p> <p>Potássio : 153 mg</p> <p>Carboidratos : 8 g</p> <p>Proteína : 0,7 g</p> <p>nutrientes da maçã</p> <p>Gorduras totais : 0,2 g</p> <p>Colesterol : 0 mg</p> <p>Sódio : 1 mg</p> <p>Potássio : 107 mg</p> <p>Carboidratos : 14 g</p> <p>Proteínas : 0,3 g</p> <p>nutrientes do laranja</p> <p>contém vitamina C, também contém ácido fólico, magnésio, fósforo e ferro</p> <p>Salada de fruta Morango – maçã – laranja</p> <p>Nutrientes do morango Calorias 33 Gorduras totais 0,3g Colesterol 0mg Sódio 1mg Potássio 153 mg Carboidratos 8g Proteína 0,7g</p> <p>Nutrientes da laranja Contém vitamina C, ácido fólico, magnésio, fósforo e ferro.</p>
7	<p>Bolo de chocolate</p> <p>Bolo de chocolate: ovo - alta qualidade nutricional, alto em proteínas de valor biológico, ferro, selênio, zinco, fósforo, vitaminas A, E, K e complexo B. 19 gramas de gordura saturada, 1,1 gramas de gorduras poliinsaturadas, 10 gramas de gorduras monoinsaturadas, 0,1 gramas de gorduras trans, 8 miligramas de colesterol, 24 miligramas de sódio, 559 miligramas de potássio, 6,9 gramas de carboidratos, 1,7 gramas de proteínas, 43 miligramas de cafeína. Morango - vitaminas C e complexo de vitaminas.</p> <p>Bolo de chocolate: ovo, alta qualidade nutricional, valor biológico, ferro, selênio, zinco, fósforo, vitamina A, E, K e complexo B. 19 gramas de gordura saturada, 1,1 gramas de gorduras polisaturada, 10</p>

	gramas de gorduras monoinsaturadas, 0,1 gramas de gorduras trans, 8 miligramas de colesterol, 24 miligramas de sódio, 559 miligramas de potássio, 61 gramas de carboidratos, 4,9 gramas de proteína, 43 miligramas de cafeína.
8	<p>Bolo de cenoura</p>  <p>Bolo de cenoura Ingredientes: 2 cenouras, 1/2 de óleo, açúcar, 3 ovos, farinha de trigo, milho, fermento, chocolate, creme de leite.</p> <p>415 Klg 10g de gordura total 577g de sódio 79g de carboidratos 5g de proteína</p>

Fonte: a autora (2020).

De acordo com os dados coletados pelos alunos, a partir de pesquisas realizadas com apoio de aparelhos celulares conectados à internet, observamos que além de acesso aos recursos tecnológicos, ou seja, uso da dialética *média-milieu* (mídia-meios), apoiada pela TAD, os alunos também aplicaram outros conhecimentos.

Conforme visto nas anotações dos alunos durante a realização deste momento didático, eles tiveram contato com diversos termos específicos da Matemática, como: unidades de medidas de quilocaloria (Kcal), grama (g), miligrama (mg), quilograma (Kg), litro (l) e mililitro (ml).

Relacionamos esses conhecimentos adquiridos pelos alunos nesta etapa do PEP com as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018):

- Reconhecer que o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada;
- Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade;

- Estimar, medir e comparar comprimentos, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (metro, centímetro e milímetro) e diversos instrumentos de medida;
- Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 289).

Tais conhecimentos são de noções básicas para o estudo de razão e proporcionalidade, que auxiliam na construção de conceitos matemáticos relacionados às medidas, capacidades, bem como na interpretação de rótulos e embalagens utilizadas no dia a dia.

Logo, nesta sessão, com intuito de responder umas das perguntas associadas a pergunta geradora do PEP, possibilitou aos alunos contato com as mais variadas unidades de medidas, ideia de grandezas, de porcentagem e de proporções de diversas composições.

Citamos o exemplo do grupo 7, ao descrever sobre as composições de um refrigerante e um suco de maracujá:

- Refrigerante Tubaína: Valor energético 80Kcal = 336KJ, Carboidratos 20g, Proteínas 0g, Gorduras gerais 0g, Gorduras saturadas 0g, Gorduras trans 0g, Fibras alimentares 0g, Sódio 17mg.
- Maracujá fruta: Calorias 100g= 97 calorias, Carboidratos 2,2g, Gorduras gerais 0,7g, Gorduras saturadas 0,1g, Gorduras trans 0,4g, Fibras alimentares 0,1g, Sódio 28g.

Os alunos puderam ter contato com todas essas unidades de medidas, bem como suas aplicações em um contexto do seu dia a dia, afinal, trata-se de alimentos que os próprios alunos escolheram.

Podemos também relacionar esses saberes às noções intramatemáticas e extramatemáticas, ou seja, as praxeologias que não fazem parte do domínio da Matemática, mas que podem aparecer na exposição dos problemas e nas variáveis inseridas na situação.

Esse tipo de atividade também contribui para compreensão de problemas propostos pela instituição, ou seja, em livros didáticos. Pois, após aplicação da grade análise para identificação das praxeologias, uma tarefa proposta pelos autores Júnior

e Castrucci (2018), abordou o conceito de razão, grandezas e unidades de medidas a partir da quantidade e proporção de uma receita de culinária.

A tarefa 1, apresentada no quadro 5, no capítulo 6, tinha como objetivo fazer o aluno calcular a quantidade necessária de farinha de tapioca, leite de coco e coco ralado para rendimento de 40 porções, e após construção da grade de análise, os alunos precisavam de conhecimentos mobilizáveis sobre noção de quantidade, proporção e operações multiplicativas e/ou aditivas.

Além disso, é necessário conhecer os ostensivos numéricos de uma proporção, evocando o escritural das grandezas, relacionando quantidades e proporções, bem como interpretando as unidades de medidas existentes para solução do problema.

Artaud (2019), em sua pesquisa, apresenta que as praxeologias em relação às noções de grandezas e medidas, no estudo da proporcionalidade, não considera as unidades de medidas na identificação da constante de proporcionalidade, tratando apenas como um número, o que gera certas dificuldades de compreensão quando aplicada em outras ciências ou em situações do cotidiano.

Neste caso, considerando as ideias de Artaud (2019), o PEP em estudo possibilitou aos alunos acesso às diversas unidades de medidas a partir de uma situação aplicada ao seu dia a dia, o que pode contribuir para compreensão dessas noções, tanto para o estudo da proporcionalidade, quanto inseridas em outras áreas do conhecimento.

Essa etapa do desenvolvimento do PEP também permitiu ao aluno contato com termos específicos de outras áreas como, proteínas, calorias, carboidrato, sódio, cálcio, colesterol, vitaminas, potássio, gorduras, entre tantas outras composições existentes nos mais variados alimentos.

Trata-se de um momento também previsto por Chevallard (2007), quando apresenta que num PEP o estudo de questões relacionadas ao mundo, não se limita a uma única disciplina, conduzindo em geral a questionamentos relacionados a outras disciplinas, o que conduz a uma didática codisciplinar.

Chevallard (2007) aponta que, no PEP, é necessário pensar em dois caminhos da epistemologia escolar, a saber: o primeiro, aquele que induz a construção de conhecimento como um meio para responder uma questão geradora, e o segundo, a importância de considerar o conhecimento disciplinar mobilizado por essa questão, uma vez que esse intervém de forma codisciplinar, o que ocorreu no decorrer desse processo com os alunos.

Assim, os alunos para conhecer melhor os alimentos que levariam ao piquenique, ou seja, para resolver uma das questões originadas da geradora, precisaram utilizar um recurso, no caso celular conectado à internet, resultando no que induz a forma de adquirir um saber, que como consequência possibilitou conhecimentos relacionados às outras disciplinas, possibilitando um ato codisciplinar.

A sessão foi finalizada com término da pesquisa dos alunos sobre a composição dos alimentos escolhidos por cada grupo.

7.7 Sétima sessão

Após pesquisa dos grupos de alunos sobre a composição dos alimentos escolhidos, nesta sessão, foi proposto aos alunos o seguinte:

Professora: Agora que vocês já pesquisaram sobre a composição dos alimentos escolhidos por cada grupo, quais unidades de medidas encontradas pelo seu grupo? Qual o significado dessas unidades de medidas? Vocês sabem o que elas significam?

Aluno grupo 1: Professora, algumas eu até sei, mas podemos utilizar o celular para pesquisar novamente?

Professora: Claro, vocês podem escolher como pretendem encontrar o significado dessas unidades de medidas.

Conforme já apresentado em outros momentos da pesquisa, antes do desenvolvimento do PEP, foi elaborado um roteiro sobre as possíveis perguntas que poderiam surgir para responder à questão geradora. O quadro, a seguir, traz alguns desses questionamentos e como eles foram se adaptando e moldando de acordo com as escolhas e estratégias dos próprios alunos.

Quadro 21 - Perguntas propostas no roteiro

- Q₉: Considerando as informações nutricionais dos alimentos selecionados, quais são as unidades de medidas usadas? O que cada uma indica?
- Q₂₂: Quais outras informações são apresentadas na tabela de informação nutricional?
- Q₂₃: O que cada uma dessas informações representa?
- Q₂₄: Qual relação do consumo com gasto energético?
- Q₂₅: Considerando suas análises, qual o melhor tipo de cada alimento?

Fonte: a autora (2020).

Ressaltamos que tais questionamentos apareceram somente na sessão 7, e que no roteiro foi sugerido em sessões anteriores, evidenciando de acordo com TAD, a necessidade de mudança na cronogênese, isto é, no tempo para o desenvolvimento da atividade.

O avanço do tempo didático em um processo de aplicação do PEP apresenta-se de forma diferente de quando pensamos em uma aula, em que o professor, pode ser o detentor das respostas, pois a dialética de perguntas e respostas ocupa um período de tempo diferente, exigindo estratégias metodológicas adaptáveis às perguntas dos alunos.

Assim, ainda em consenso com a TAD, crescem os indícios de que a dinâmica de estudo e de pesquisa podem modificar um planejamento baseado em horas específicas para o trabalho, pois as situações que surgem podem não estar dentro do que esperávamos enquanto professores.

Neste momento do PEP, os alunos, para responder os questionamentos originados sobre o significado das unidades de medidas encontrados na composição dos alimentos escolhidos por cada grupo, se mobilizaram e ligaram os aparelhos celulares conectados à internet para realizar a pesquisa, o que evidencia mais uma vez a presença das mídia-meios, proposta pela TAD.

Durante a atividade, os alunos discutiram bastante sobre as unidades de medidas:

Aluno grupo 4: Professora, posso fazer a pesquisa somente sobre algumas unidades de medidas?

Professora: Tentem pesquisar nesta sessão o máximo de medidas possível, considerem também aquelas que vocês têm maior curiosidade e interesse em saber.

Aluno grupo 7: Ah, professora, vamos pesquisar as que a gente já ouviu falar mais, tá?

Aluno grupo 5: Nós vamos fazer a pesquisa pelas mais conhecidas.

Alunos grupo 1: Aqui, vamos fazer as que der tempo na sessão.

Professora: Tudo bem! O importante que pesquisem algumas medidas para que possamos discutir sobre elas na próxima sessão.

Os alunos fizeram a escolha e pesquisaram sobre as unidades de medidas que mais conheciam, que mais faziam parte da sua realidade, o que reforça o interesse deles por questões presentes no seu dia a dia.

Tal constatação é importante, pois verificamos que uma atividade baseada na organização didática PEP pode também colaborar para o rompimento do paradigma da monumentalização dos saberes que, de acordo com Chevallard (2007), geralmente a escola foca em visitar obras prontas, muitas vezes, limitando acesso ao conhecimento, não dando sentido para o que é visitado e desconectado da sua realidade, o que não foi o caso da atividade desenvolvida pelos alunos no PEP.

Isso vai ao encontro com as ideias de D'Ambrósio (1989), quando aborda sobre a falta de atividades Matemáticas contextualizadas com a realidade do aluno, mostrando a importância de desenvolver estratégias pedagógicas que contribuam neste processo.

Neste sentido, o PEP, considerado uma metodologia diferenciada, em que se desenvolve conceitos e noções matemáticas para resolver situações-problema de vivência do aluno, possibilitou a construção de diferentes ações em sala de aula, motivando os alunos que veem a interferência de determinados conceitos e noções em sua vida cotidiana, podendo compreender assim aplicações futuras de seu interesse.

Verificamos que o trabalho com a organização didática PEP, nesta etapa, trouxe a perspectiva de aplicar a realidade, ou seja, considerar questionamentos que dão sentido aos alunos, minimizando a monumentalização dos saberes e causando uma alteração na mesogênese, que muitas vezes são fornecidas em orientações pedagógicas pelas obras prontas, como exemplo, pelos livros didáticos.

Nas próximas sessões 8 e 9, para resolver mais uma questão geradora da inicial, os alunos apresentaram resultados das suas pesquisas.

7.8 Oitava e nona sessões

Nestas duas sessões, os alunos apresentaram os resultados das pesquisas realizadas pelo seu grupo. Cada grupo foi à frente da sala, falou da escolha dos seus alimentos, sua composição, as unidades de medidas existentes e o que algumas delas significava.

Evidenciamos, também, essa forma de apresentação, na pesquisa de Rodríguez, Bosch e Gascón (2007), em que por meio de questionamentos abertos contribuíram para a participação dos alunos no processo de busca pela formação da resposta até sua finalização.

Rodríguez, Bosch e Gascón (2007) apresentaram que, a partir da aplicação de um PEP, foi possível verificar uma organização didática na qual o aluno foi colaborador do desenvolvimento da organização, o que se mostrou evidente também na aplicação do PEP em estudo, quando os alunos apresentaram suas respostas a toda turma.

Durante as apresentações, os alunos questionaram sobre a escolha dos alimentos, desde como seria possível levar um alimento daquela forma para um piquenique, assim como comentários sobre alta quantidade de sódio e açúcar.

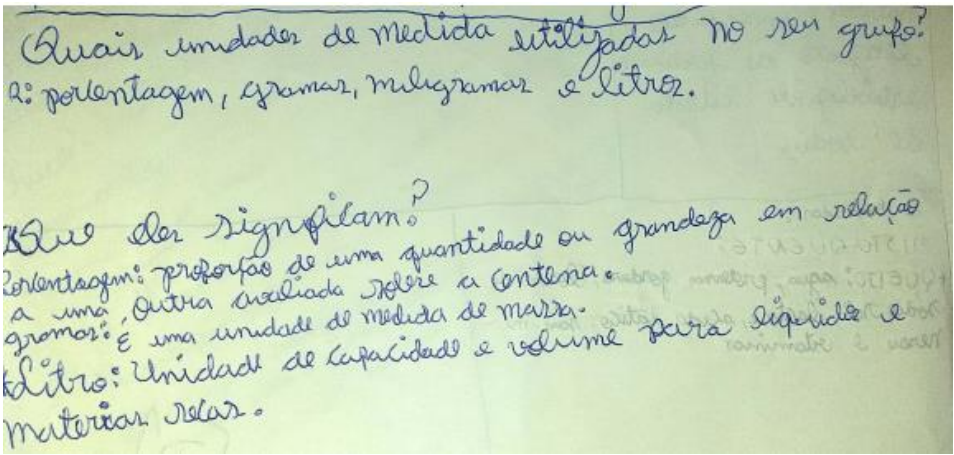
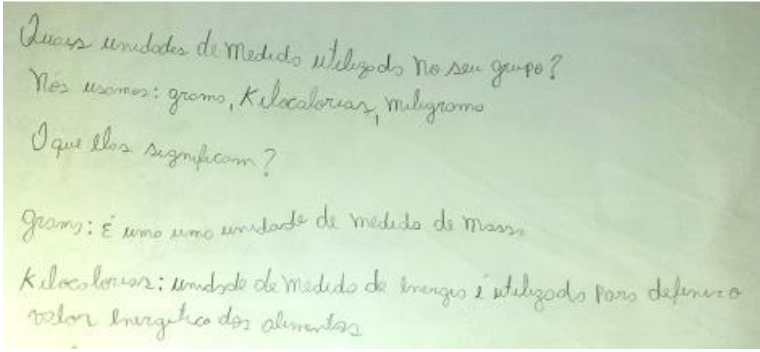
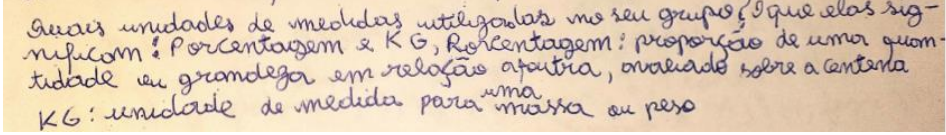
Alguns alunos chegaram a comentar sobre não levar alimentos industrializados, devido à quantidade de conservantes que podem fazer mal à saúde. Houve alunos que também estavam preocupados com alimentos de alto índice calórico, o que resultou em várias indagações sobre a quantidade de calorias.

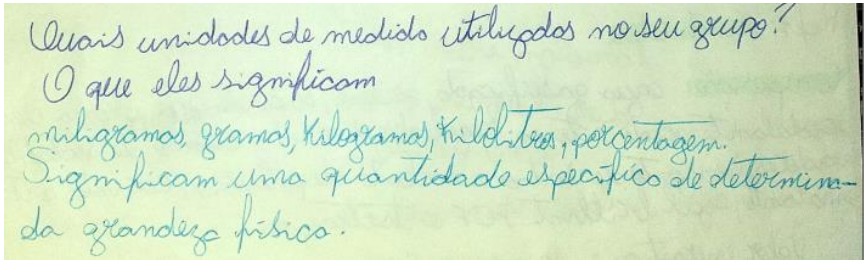
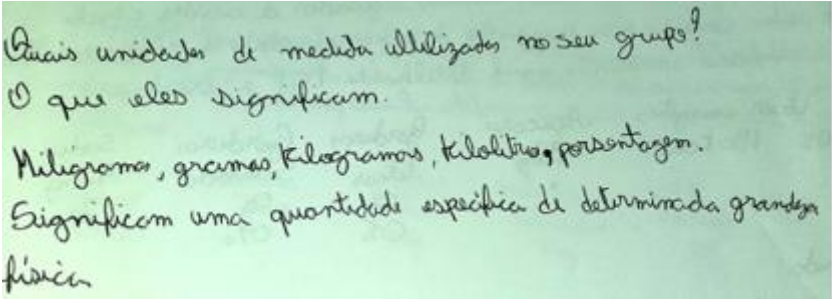
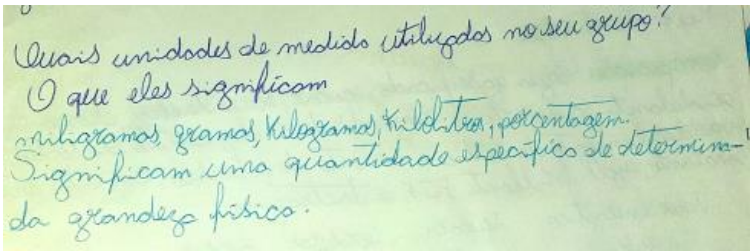
Verificamos quem de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), na unidade temática da Álgebra no 7º ano, espera-se que desenvolva as noções de grandezas e unidades de medidas, e a necessidade de se explicitar suas relações, bem como suas aplicações para as outras ciências.

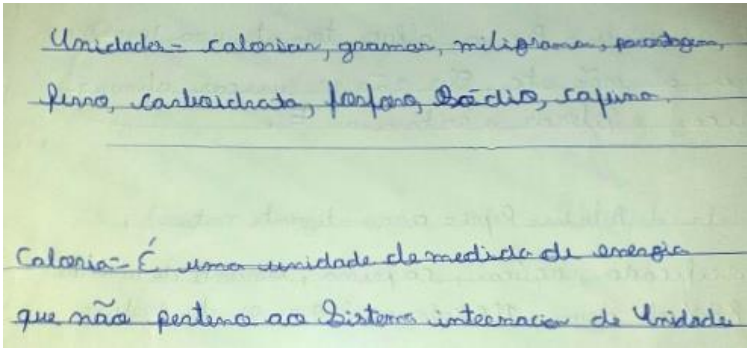
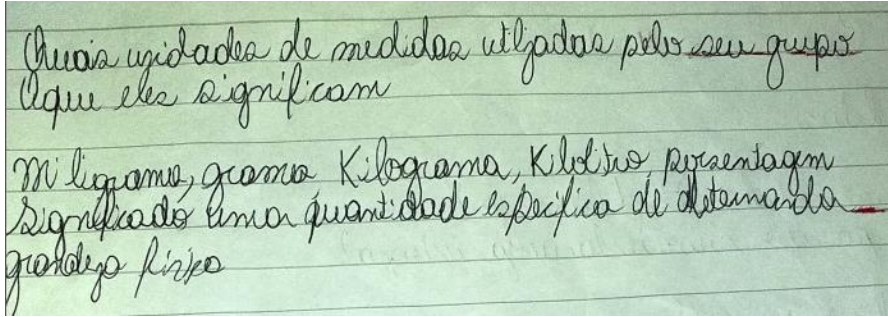
Neste sentido, evidenciamos, conforme apresentado no desenvolvimento do PEP, o estudo de saberes de outras áreas, isto é, a importância de se trabalhar hábitos alimentares saudáveis com alunos, juntamente com noções Matemáticas.

Pensando na proposta codisciplinar, juntamente com as propostas da BNCC (BRASIL, 2018) para a disciplina de Ciências, propusemos, aos alunos, discussões sobre análise de seus hábitos alimentares, tipos e quantidade de alimento ingerido, bem como suas composições. O quadro a seguir mostra o resultado da pesquisa de cada grupo.

Quadro 22 - Unidades de medidas utilizadas e seus significados de cada grupo

Grupo	Unidades de medidas utilizadas e seus significados
1	 <p>Quais unidades de medida utilizadas no seu grupo? R: porcentagem, gramas, miligramas e litros.</p> <p>Que elas significam? Porcentagem: proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a uma outra avaliada sobre a centena. gramas: é uma unidade de medida de massa. litro: Unidade de capacidade e volume para líquidos e matérias secas.</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? Porcentagem, gramas, miligramas e litros.</p> <p>O que significam? Porcentagem: proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a uma outra avaliada sobre a centena. Gramas: é uma unidade de medida de massa. Litro: unidade de capacidade e volume para líquido e matérias secas.</p>
2	 <p>Quais unidades de medida utilizadas no seu grupo? Nós usamos: grama, Kilocalorias, miligramas</p> <p>O que elas significam? grama: é uma unidade de medida de massa Kilocalorias: unidade de medida de energia é utilizada para definir o valor energético dos alimentos</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? Nós usamos: gramas, Kilocalorias e miligramas.</p> <p>O que significam? Gramas: é uma unidade de medida de massa Kilocalorias: unidade de medida de energia é utilizada para definir o valor energético dos alimentos.</p>
3	 <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo, O que elas significam? Porcentagem e Kg, Porcentagem: proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a outra, avaliada sobre a centena Kg: unidade de medida para massa ou peso</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Porcentagem e Kg.</p>

	<p>Porcentagem: proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a outra, avaliado sobre a centena. Kg: unidade de medida para uma massa ou peso.</p>
4	 <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p>
5	 <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p>
6	 <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p> <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, gramas, Kilogramas, Kilolitros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p>

7	 <p>Unidades – calorias, grammas, miligramas, porcentagem, ferro, carboidrato, fósforo, sódio e cafeína. Caloria: é uma unidade de medida de energia que não pertence ao sistema internacional de unidade.</p>
8	 <p>Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam? Miligramas, grammas, Kilogramas, Kilo litros, porcentagem. Significam uma quantidade específica de determinada grandeza física.</p>

Fonte: a autora (2020).

Ao analisar os dados produzidos pelos grupos de alunos, identificamos noções relacionadas às unidades de medidas, bem como quanto vale um grama, uma quilocaloria, um miligrama, além da definição de termos específicos como, proteínas, valor energético e carboidratos.

Os alunos pesquisaram as unidades de medidas e composições mais utilizados em seu dia a dia, mostrando maior interesse na pesquisa por parte dos grupos, evidenciando essa adaptação como uma abordagem com ênfase escolar, apresentando a importância de deixar uma noção mais acessível ao seu estudo com sua real aplicação no cotidiano.

Além de proporcionar aos alunos um trabalho codisciplinar, que vai ao encontro com Chevallard (2007) e a interdisciplinaridade proposta pela BNCC (BRASIL, 2018),

podemos relacionar essa etapa do PEP proposto, com noções praxeológicas esperadas a partir da análise de uma tarefa no livro *A Conquista da Matemática*, vistos no capítulo 6.

A tarefa proposta por Júnior e Casrucci (2018) traz valores nutricionais de algumas frutas consideradas de origem brasileira, qual os alunos deverão relacionar as razões para cálculo de proporções diversas. A tarefa propõe questionamentos que exigem dos alunos conhecimentos mobilizáveis sobre ostensivos numéricos intrínseco e explícito de grandezas e unidades de medidas, que servirão de base para aplicação dos conhecimentos aritméticos para cálculo de proporções e a resolução do problema.

Vejamos que as noções mobilizadas pelos alunos durante a pesquisa no desenvolvimento do PEP, podem contribuir para melhor compreensão neste tipo de tarefa proposta por uma das relações institucionais, ou seja, um livro didático.

Além disso, identificamos que as unidades de medidas mais citadas pelos alunos foram miligramas, gramas, litros e também a simbologia da porcentagem, o que também corrobora com as ideias propostas pela TAD, mais especificamente ao PEP, ao considerar noções e situações vivenciadas pelos alunos em seu cotidiano.

Durante apresentação dos grupos sobre, “*Quais unidades de medidas utilizadas no seu grupo? O que elas significam?*”, surgiram muitas discussões para compreender se os alunos tinham encontrado uma definição correta.

O grupo 1 apresentou que as unidades de medidas mais utilizadas na pesquisa foram porcentagem, gramas, miligramas e litros, e que porcentagem representa a proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a uma outra avaliada sobre a centena, a grama é uma unidade de medida de massa e o litro é unidade de capacidade e volume para líquido e matérias secas.

Desse modo, realizamos uma discussão com os alunos sobre essas noções, bem com compreender sobre o que seria a porcentagem, em quais situações podemos utilizar gramas e o litro. Observe alguns questionamentos dos alunos:

Professora: Mas, o que a porcentagem representa? A proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a uma outra avaliada sobre a centena?

Aluno grupo 3: Quer dizer que uma proporção. Não, mas é de quantidade ou grandeza? O que é essa centena?

Aluno grupo 5: Não quer dizer divisão? Tem aquele símbolo, não é?

Professora: Qual diferença entre quantidade e grandeza?

Aluno grupo 2: Quantidade é a quantidade que cabe no copo.

Aluno grupo 4: Quantidade de bolo no pote.

Aluno grupo 6: Acho que grandeza é o que vou medir, tipo comprimento, tamanho e peso.

Professora: Vamos organizar nossas respostas: Temos que a porcentagem é uma proporção, ou seja, de uma quantidade ou grandeza, expressa por uma divisão por 100, por isso a centena. Vejamos um exemplo: Podemos escrever 50% (cinquenta por cento) como $\frac{50}{100}$. Podemos aplicar esse termo em diversas situações do nosso dia a dia, como: Se eu quiser 50% de um total 30 alunos?

Aluno grupo 2: 50% é metade dos alunos, porque 100% é todo mundo, logo 50% é o meio.

Aluno grupo 4: Então, 50% é 15.

Professora: Observem que podemos aplicar a porcentagem em diversas quantidades ou grandezas, como: porcentagem de quantidade de alunos, quantidade de uma determinada composição num alimento.

Aluno grupo 1: A porcentagem de sal num alimento não é professora?

Durante esse momento do PEP, construímos, com os alunos, noções relacionadas aos conhecimentos de proporções, quantidades e grandezas, bem como entender algumas aplicações das porcentagens. Trata-se de mais um dos objetivos propostos pelo PEP, proporcionando a prática reflexiva e participação ativa do aluno nos processos de construção do conhecimento, complementado às ideias de Dewey (1978), que defende uma aprendizagem gerada pela ação dos alunos.

Conforme os grupos foram apresentando o resultado de suas pesquisas, os próprios alunos foram questionando e discutindo sobre as noções explicitadas. Boa parte dos grupos apresentaram a definição de algumas unidades de medidas como, miligrama, grama, litro, quilo e calorias. Vejamos algumas das discussões:

Aluno grupo 2: Utilizamos mais as unidades de medidas gramas e quilocalorias, que significam uma unidade de medida de massa e unidade de medida de energia, utilizada para definir o valor energético dos alimentos.

Professora: Então podemos usar gramas para medir massa, isso?

Aluno grupo 2: Isso, podemos usar outras também para medir massa, como o quilo.

Professora: Mas, o que seria essa medida de energia relacionada a quilocaloria?

Aluno grupo 7: É o quanto levamos para queimar o alimento, professora! Eu quando jogo bola queimo 300 calorias, então queimo uma comida que tem isso de caloria.

Professora: Será que todo mundo então queima a mesma quantidade de energia?

Vários alunos: Não!

Aluno grupo 1: Meu metabolismo pode ser mais lento ou acelerado que o aluno “x”, aprendemos isso com o professor de Ciências.

Neste momento de aplicação do PEP, mais uma vez, evidenciamos o desenvolvimento de estratégias didáticas que contribuiriam para o processo codisciplinar. Os alunos evocaram conhecimentos já vistos, tanto na disciplina de Matemática quanto na de Ciências, assim como relacionaram à situações e contextos do seu cotidiano.

Desse modo, de acordo com Chevallard (2004), as AEP são prescritas com o objetivo de construir uma resposta “R” a uma questão “Q”, ou seja, saberes que podem ser úteis para a sociedade, o que conduz à necessidade de considerar a pluralidade de disciplinas que estão associadas aos saberes a ensinar, que podem auxiliar na construção desse conhecimento.

Ao relacionar as noções mobilizadas pelos alunos nesta fase do PEP, identificamos outra tarefa, também aplicada a grade de análise no capítulo 6. Os autores Júnior e Castrucci (2018), para abordar a regra de três composta com os alunos, propuseram uma situação com consumo de combustível em uma frota de táxi.

A partir da grade de análise, identificamos que os alunos precisam evocar os objetos ostensivos sobre as unidades de medidas, como litros e dias, apresentadas no problema, relacionando a quantidade de dia, de táxi e consumo de combustível, montando as proporções de forma correta. Assim, mostramos o quanto os alunos discutirem e refletirem sobre tais noções no desenvolvimento do PEP pode contribuir para resolução deste tipo de problema.

Após as apresentações dos grupos sobre a escolha dos alimentos que cada um pretendia levar ao piquenique, assim como sua composição e o significado de algumas unidades de medidas, os grupos precisavam escolher um alimento salgado, uma bebida e um doce para toda a turma.

Professora: Como podemos fazer essa escolha? Como podemos chegar em um consenso?

Aluno grupo 3: Vamos fazer sorteio professora!

Aluno grupo 6: E se cada grupo trazer a sua comida?

Professora: Pessoal, lembre-se que a proposta é trazer os mesmos alimentos para toda turma! Como podemos escolher esses alimentos, considerando que agora vocês já conhecem a composição deles?

Aluno grupo 5: Ah, e se fizermos uma votação?

Professora: Cada grupo ou cada aluno vai votar?

Vários alunos: Cada aluno, professora!

Professora: Tudo bem então! Cada aluno irá votar em um alimento salgado, uma bebida e um doce.

A partir destes questionamentos, evidenciamos o que Chevallard (1992) apresenta o PEP, como um conjunto de questões e respostas apresentadas pelos alunos a partir de uma questão geradora proposta e orientada pelo professor, que será estudada e pesquisada pelos alunos.

Para solucionar a questão geradora proposta no início da aplicação do PEP, exigimos a participação dos alunos, a orientação do professor, um recurso e outros meios ou profissionais de outras disciplinas que auxiliassem a encontrar uma resposta para essa questão geradora.

O quadro, a seguir, apresenta o resultado da votação de todos os alunos sobre a preferência dos alimentos para a realização do piquenique.

Quadro 23 - Quantidade de votos pelos alunos na escolha dos alimentos

Alimentos	Quantidades de votos por aluno
Refrigerante Sprite	0
Refrigerante Guaraná Antártica	0
Refrigerante Coca-cola	3
Refrigerante <i>Sukita</i>	0
Refrigerante Fanta uva	0
Refrigerante Soda	0
Refrigerante Tubaína	0
Refrigerante <i>Pepsi</i>	2

Suco Del Vale Manga	0
Suco de Laranja	19
Suco de Uva	4
Suco de Morango	2
Suco de Laranja Viva Feliz	8
Suco de Melancia	0
Misto quente	6
Lanche natural	5
Bolinho de queijo assado	25
Pão de aveia	2
Salada de frutas	7
Bolo de chocolate	5
Bolo de cenoura	26
Salada alface e tomate	0
Pão com Grão de Bico	0

Fonte: a autora (2020).

Após a votação de todos os alunos, ficou decidido que os alunos levariam ao piquenique suco de laranja. Também foi questionado aos alunos sobre o porquê de suas escolhas, como: Por que escolheram o suco e não o refrigerante? Por que o bolinho de queijo assado e o bolo de cenoura?

Os alunos responderam que a escolha pelo suco de laranja se deu pelo fato de ser mais saudável, uma vez que será utilizado fruta. Um aluno reforçou que mesmo sendo, as vezes mais calórico, o suco de laranja possui muitas vitaminas que contribui para a saúde.

Já a escolha pelo bolinho de queijo assado foi porque irão evitar a fritura e a mãe de um dos alunos tem uma receita muito mais saudável, ainda, quanto ao bolo de cenoura, justificaram devido ao uso da cenoura, sendo um alimento com muita vitamina A.

Com aplicação de uma metodologia diferenciada, ou seja, o PEP, desenvolvemos conhecimentos matemáticos relacionados às unidades de medidas, grandezas e proporções, bem como relacioná-los ao contexto dos alunos,

influenciando em escolhas que possam impactar, de forma positiva, seus hábitos alimentares, contribuindo para sua saúde.

No final da sessão, os alunos queriam saber o que cada um iria levar e como seria organizado o piquenique. No entanto, a sessão foi encerrada, devido ao cronogênese, a qual está relacionada ao avanço do tempo didático numa instituição didática e combinado com os alunos que essa escolha seria realizada na próxima sessão.

7.9 Décima sessão

Com os alimentos do piquenique escolhidos pelos alunos, iniciamos a sessão com o seguinte questionamento:

Professora: Agora que já temos os alimentos escolhidos, como vamos fazer para dividir o que cada um vai trazer no dia do piquenique?

Aluno grupo 4: Podemos trazer o suco?

Aluno grupo 8: Nós queremos trazer o bolo.

Aluno grupo 2: Nós também queremos o bolo.

Neste momento, os alunos se agitaram e todos queriam falar ao mesmo tempo.

Professora: Pessoal, antes de mais nada precisamos saber qual quantidade temos que trazer de cada alimento, considerando o total de pessoas na sala.

Aluno grupo 6: Quantas pessoas estamos?

Professora: Vocês são 38 alunos, mas somando comigo, fechamos 39 pessoas. Agora, como fazemos para saber a quantidade de alimentos para essas 39 pessoas?

Aluno grupo 1: Ah, só contar!

Professora: Tá, mas quantos bolinhos será que precisamos para 39 pessoas?

Aluno grupo 3: Eu como uns 15 bolinhos, professora!

Alunos grupo 1: Eu não como tudo isso não!

Professora: Precisamos chegar em um consenso na quantidade dos bolinhos.

Pensem que uns comem mais que outros.

Aluno grupo 2: Vamos deixar 10 bolinhos por pessoa, o que acham?

Alunos: Pode ser!

Professora: E agora a quantidade de suco? Como calcular?

Aluno grupo 3: Eu tomo um litro, professora!

Professora: Sério? Mas, você sabe quantos copos podemos encher com um litro? Um copo tem quantos ml? E um litro, quantos ml?

Aluno grupo 1: Ah, eu acho que tomo no máximo 2 copos.

Professora: Mas, dois copos de quantos “ml”?

Aluno grupo 4: Calma professora, um litro tem quantos “ml” mesmo?

Aluno grupo 1: Pesquisei aqui, um litro tem mil “ml”.

Professora: Então, vocês vão pesquisar quantos “ml” têm naqueles copinhos de plástico que tem aqui na escola, para que a gente calcule quantos litros precisaremos. Além disso, precisaremos calcular quanto de bolo de cenoura precisaremos trazer para as 39 pessoas. O que acham de cada grupo realizar os cálculos da quantidade de comida e depois apresentarmos para toda turma e fazermos a divisão que cada aluno irá trazer?

Alguns alunos: Pode ser!

Diante dos questionamentos dos alunos, observamos que muitos não tinham noções sobre quantidades e algumas relações entre as unidades de medidas. Alguns alunos não sabiam quantos mililitros tinha em um copo de suco e nem quantos copos poderiam encher com um litro da bebida.

Os alunos também questionaram sobre como calcular quanto de bolo de cenoura iriam ter que fazer, se calculariam por quilo, por pedaço ou de outra forma. Além disso, não chegavam em um acordo sobre quantos bolinhos de queijo cada um comeria, pois alguns alunos falaram 15, outros 5, entre tantas quantidades.

Logo, em consenso com a turma, cada grupo iria discutir e determinar qual quantidade seria o ideal, de cada alimento para o dia do piquenique. Os alunos se organizaram com seus respectivos grupos e começaram a realizar os cálculos. O quadro a seguir apresenta a estratégia utilizada pelo grupo 1.

Quadro 24 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 1

The image shows handwritten calculations on a light blue background. The text is as follows:

156 pedaços de bolo	20 cada G
156 bolinha de queijo	20 cada G
500ml por pessoa	
20L suco de laranja	
2,5L de suco para cada G	G 2
7 G fazem 18 bolinhas	
e outros G faz 20 bolinhas	
Cada G faz um bolo retangular	

Fonte: a autora (2020).

Para resolver a situação geradora inicial, proposta pelo PEP, nesta etapa, os alunos precisavam determinar a quantidade de suco de laranja, bolo de cenoura e bolinhas de queijo para o dia do piquenique.

Ao analisar a resolução do grupo 1, verificamos que os alunos calcularam que seria necessários 156 pedaços de bolo de cenoura para 39 pessoas, ou seja, 4 pedaços por pessoa, pois ao dividir 156 por 39, temos 4.

Os alunos utilizaram a mesma estratégia de multiplicação para determinar a quantidade de bolinhas de queijo por pessoa, ou seja, 4 bolinhos para cada. Sublinhamos que, de forma intuitiva, nestes procedimentos, os alunos aplicaram noções relacionadas as proporções e unidades de medidas, uma vez que, encontraram a proporção para cada pessoa e depois calcularam a quantidade para um grupo maior.

Na sequência, aplicaram novamente a estratégia do princípio multiplicativo, relacionando a unidade de medida de mililitro com litro e, na sequência, concluíram que cada pessoa consumiria 500ml de suco, logo, seria necessário 1 litro para cada duas pessoas, resultando no arredondamento de 20 litros para 39 pessoas.

Os alunos, além de reconhecerem que o resultado de uma medida depende da unidade utilizada, também escolheram a unidade de medida e o instrumento mais

apropriado para medições de capacidade, o que vai ao encontro com as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018).

Na sequência, dividiram a quantidade de alimento que cada grupo levaria, considerando o decidido por eles. Ao realizar a divisão da quantidade de bolinhas de queijo a resposta não deu exata, o que exigiu a habilidade de trabalhar com o resto na divisão, concluindo que em 7 grupos cada aluno faria 18 bolinhas e 1 grupo faria 20 bolinhas.

Além disso, adicionaram uma observação sobre o formato do bolo, em retangular, para facilitar no corte dos pedaços com o mesmo tamanho.

Posto isto, entrelaçamos as habilidades desenvolvidas pelos alunos do grupo 1, nesta atividade, com a ideias de uma proporção, ou melhor, poderiam criar uma regra de três simples, da seguinte forma: 1 pessoa come 4 bolinhos, logo 39 pessoas comerão 156 bolinhos, que pode ser denominado de x .

$$\frac{1}{39} = \frac{4}{x}$$

Semelhantemente, acontece para a quantidade de suco e bolo de cenoura, evidenciando grandezas diretamente proporcionais, uma vez que, se aumentamos o número de pessoas, também aumentamos a quantidade de alimentos.

Notamos que o raciocínio desenvolvido pelos alunos na resolução do problema pode contribuir para resoluções de outras situações que envolvem o cálculo de proporções e regra de três simples. Um exemplo é a situação proposta no livro *A Conquista da Matemática*, apresentada no capítulo 6, em que os autores Júnior e Castrucci (2018) abordaram o conceito de grandezas diretamente proporcionais e regra de três, a partir de uma situação que envolvia a quantidade de alimentos num churrasco.

Após a análise desse problema proposto pelos autores Júnior e Castrucci (2018), observamos que os alunos, para resolvê-lo, precisariam mobilizar alguns saberes fundamentais de grandezas e proporções, além de compreender que se o número de convidados triplica, a quantidade de carne também triplica. Logo, concluíram que duas grandezas são denominadas de diretamente proporcionais.

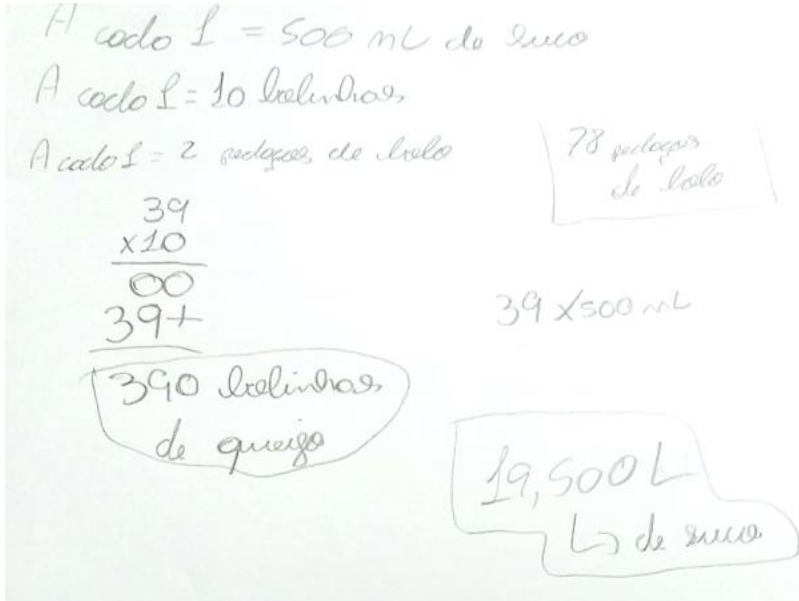
Assim, a partir desta atividade, realizada pelo grupo 1, identificamos as relações de saberes existentes entre as institucionais e pessoais esperadas pelos alunos, pois o PEP possibilitou aos alunos construção das noções de

proporcionalidade a partir de uma situação aplicada à sua realidade, bem como pode contribuir para desenvolvimento de habilidades exigidos em tarefas propostas pelas obras didáticas.

Para melhor compreendermos esse processo, analisamos a resolução do cálculo de quantidade de alimentos para o piquenique pelos grupos 2 e 3.

Quadro 25 - Cálculo quantidade de alimentos Grupos 2 e 3

Grupo 2



Handwritten work for Grupo 2:

- A cada 1 = 500 ml de suco
- A cada 1 = 10 bolinhas
- A cada 1 = 2 pacotes de leite

Calculations:

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 39+ \\ \hline \end{array}$$

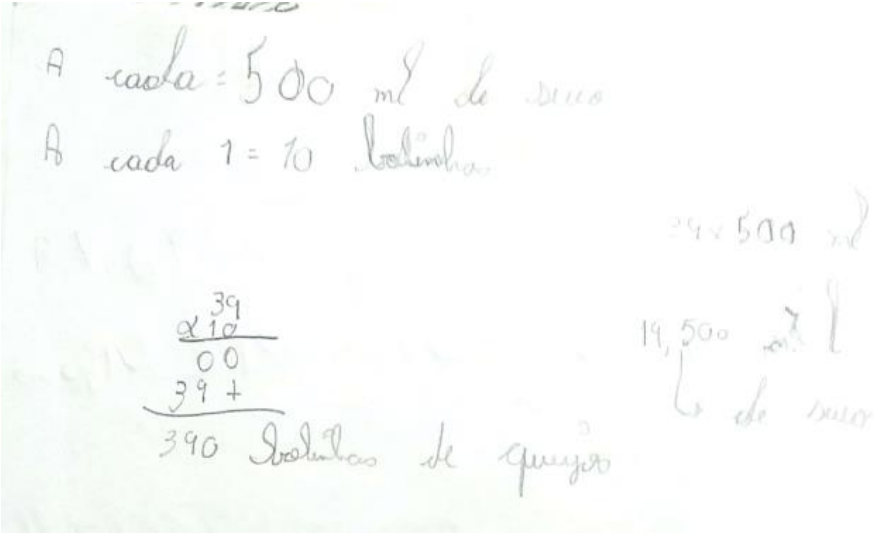
390 bolinhas de queijo

78 pacotes de leite

39 x 500 ml

19,500 L de suco

Grupo 3



Handwritten work for Grupo 3:

- A cada = 500 ml de suco
- A cada 1 = 10 bolinhas

Calculations:

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ 39+ \\ \hline \end{array}$$

390 bolinhas de queijo

39 x 500 ml

19,500 ml de suco

Fonte: A autora (2020).

Os grupos 2 e 3 também utilizaram uma estratégia de resolução semelhante com a do grupo 1, considerando uma proporção de 500ml de suco para cada pessoa. Interessante observar como os alunos trabalharam as conversões das unidades de medidas, transformando o mililitro para litro, o que de forma intuitiva melhor se aplicaria a realidade vivida por eles, ou seja, seria muito mais fácil calcular a quantidade de sucos por litros do que por mililitros. Isso também pode ter relação com os tipos de embalagens para bebidas disponíveis hoje no mercado.

Isso se relaciona com as habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018, p. 289) quando propõe que o aluno saiba:

Estimar e medir capacidade e massa, utilizando unidades de medida não padronizadas e padronizadas mais usuais (litro, mililitro, quilograma, grama e miligrama), reconhecendo-as em leitura de rótulos e embalagens, entre outros.

Além disso, encontramos tais habilidades mobilizadas para resolução da tarefa 7, analisada também no capítulo 6, que aborda uma situação envolvendo quantidade de ingredientes numa receita, ampliando ou reduzindo as porções de acordo a necessidade.

A partir da grade de análise para a tarefa 7, identificamos algumas praxeologias a saber que o aluno precisa ter para sua resolução, ou seja, conhecer os ostensivos numéricos intrínseco e explícito de quantidade, proporção, grandezas e conhecimentos aritméticos para resolução do problema, que também foram evocadas por todos os grupos nesta etapa do PEP.

Ao analisar a resolução do grupo 4 para cálculo da quantidade de alimentos, identificamos que outros conhecimentos foram evocados e mobilizados pelos alunos. Além das conversões com as unidades de medidas de mililitros para litros e a ideia de proporção, bem como cálculos multiplicativos que podem induzir a ideia inicial de grandeza diretamente proporcional, os alunos utilizaram relações do saber sobre quantidades para determinar quanto alimento cada grupo levaria.

Quadro 26 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 4

Grupo 4

↳ 156 BOLINHAS DE QUEIJO

↳ 156 PEDAÇO DE BOWO

ooo 39 L DE SUCO ooo

40×18

↳ 5 litros por grupo

500 mL para cada pessoa

20L total

° Ideia 1°

↳ cada grupo fazer o que vai tomar.

° cada grupo faz 2,5L de suco, 7 grupos fazem 18 bolinhas de queijo e um outro grupo faz de cada grupo um bolo retangular.

GRUPO 2

↳ Amalu

↳ João Pedro

↳ Camila

↳ Mathews

ooo Mathews e JP ficaram no celular.

Fonte: a autora (2020).

Os alunos do grupo 4 propuseram que cada grupo fizesse o que iria tomar, ou seja, faria 2,5 litros de suco. Interessante que, de início, eles estavam considerando 40 litros de suco para turma e, depois, diminuíram essa quantidade pela metade. Acreditamos que, após algumas discussões, eles concluíram que seria uma quantidade elevada, alterando as proporções.

De acordo com a TAD, existem duas dialéticas que estão presentes na busca pela resposta “R”, a questão-resposta e a indivíduo-coletivo. Em específico no desenvolvimento desta atividade no PEP, pelo grupo 4, identificamos o indivíduo-coletivo que, de acordo com Chevallard (2013), corresponde à divisão de responsabilidades no processo de estudo da questão geradora, ou seja, a responsabilidade do coletivo de alunos “x” e de professores “y” no processo de busca pela resposta “R”.

Além disso, a partir dos cálculos, os alunos construíram de forma coletiva a relação de proporcionalidade existente no problema. Acreditamos que eles dividiram 156 por 8, mas como resultado não dá exato, desenvolveram uma estratégia de

cálculo para que cada grupo levasse uma quantidade inteira de bolinhas de queijo, ou seja, 7 grupos levariam 18 bolinhas e um 1 grupo, 20 bolinhas.

Todavia, esses cálculos estão errados, pois se 7 grupos levar 18 bolinhas e 1 grupo, 20 bolinhas, temos um total de 146 bolinhas e não 156 como descrito no início da resolução pelos alunos.

Mesmo com o erro apresentado no cálculo, destacamos a existência de relações pessoais existentes pelos alunos, uma vez que houve discussões e aplicações de conhecimentos prévios mobilizáveis, o que contribuiu para a construção de noções que envolvem proporcionalidade.

Já o grupo 5, conforme apresentado no quadro a seguir, também fez uso de algumas estratégias parecidas com a de outros grupos. Utilizaram conversões de medidas de mililitro e litro, além de aplicar noção de proporções para cálculo multiplicativo.

Quadro 27 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 5

Grupo 5

Quantidade:

Suco = 19,50 litros (500 ml no mamão)

Bolinha de Queijo = 600 (no máximo 15 cada)

Bolo de cenoura = 3 bolos (no máximo 4 cada)

Suco

$$\begin{array}{r} 500 \\ 39 \\ \hline 4500 \\ 1500+ \\ \hline 19500 \end{array}$$

Bolinha de Queijo

$$\begin{array}{r} 4 \\ 39 \\ 25 \\ \hline 195 \\ 39+ \\ \hline 585 \end{array}$$

Bolo de Cenoura.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 39 \\ 4 \\ \hline 156 \end{array} \quad \begin{array}{r} 156 \cdot 2 \\ 14 \cdot 28 \\ \hline 046 \end{array}$$

O que nos chamou atenção na resolução deste grupo foi a palavra “máximo”, que tem a ideia de limitar a quantidade de alimento por pessoa. Isso pode evidenciar que os alunos não tinham certeza de quanto cada pessoa consumiria e como forma de privar a afirmação, considerou um valor máximo.

Considerando as noções de praxeologia e objetos ostensivos e não ostensivos, conforme Chevallard (1994), os alunos precisaram de alguns conhecimentos específicos para compreensão da situação e resolução da tarefa, assim como os níveis de conhecimento em relação às tecnologias que justificam as técnicas e noções em sua solução, ou seja, conhecer os ostensivos numéricos de grandezas, quantidades e proporções, além de conhecimentos aritméticos para resolução do problema.

O grupo 6 utilizou em sua resolução outras unidades de medidas além do mililitro, o grama e quilograma. Ressaltamos que, praticamente em todos procedimentos realizados, os alunos se preocuparam em apresentar qual unidade de medida estava trabalhando, o que nos dá indícios de que eles já sabem utilizar uma unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade (BNCC, 2018, p. 289).

Quadro 28 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 6

Grupo 6

The image shows two handwritten calculations. On the left, under the heading 'Bolinhas', there is a multiplication of 39 by 20. The student has written '39' and '20' vertically, with a horizontal line between them. Below the line, the result '780' is written. To the right of this calculation, there are notes: '39 pessoa', '20 bolinhas', and '20 gramas'. Below the '780' result, there is a bracket and the text '7.800 kg de bolinhas de queijo'. On the right, under the heading 'Suco de Laranja', there is a multiplication of 250 by 39. The student has written '250 ml por copo' and '39 pessoas'. To the right of this calculation, there are notes: '250', 'x 39', and '500 gnl'. Below this, there is another multiplication: '500' and 'x 39', with a horizontal line above '500' and '19500 ml' written below it.

Fonte: a autora (2020).

Neste grupo, também houve uma preocupação com o tamanho das bolinhas de queijo, pois os alunos consideraram que cada bolinha teria 20g, logo, se cada pessoa vai comer 10 bolinhas, então serão necessárias 390 bolinhas, ou seja, 7,8 quilos. Observe como poderia estruturar uma regra de três simples:

$$\frac{1 \text{ pessoa}}{39 \text{ pessoas}} = \frac{10 \text{ bolinhas}}{x}$$

Ou ainda,

$$\frac{1 \text{ bolinha}}{390 \text{ bolinhas}} = \frac{20 \text{ gramas}}{x}$$

A partir desta atividade, os alunos, sem ter conhecimento sobre a estrutura de uma regra de três simples, aplicaram as noções da propriedade fundamental das proporções e a igualdade entre duas razões, que pode ser escrita na forma de igualdade entre dois produtos.

Tais conhecimentos também foram exigidos por Bianchini (2018), que apresentou a noção de proporção a partir de uma situação sobre uma coleção de gibis, elaborando uma proporção por meio de uma relação com a quantidade de gibis e mangás, evidenciando as relações pessoais e institucionais existentes a partir do desenvolvimento do PEP em estudo.

No grupo 7, observamos que os alunos estruturaram os dados do problema proposto como se estivessem organizando uma regra de três composta. Eles utilizaram quantidades de pedaços de bolo de cenoura, de pessoas e de bolos inteiros, como ilustramos a seguir:

Quadro 29 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 7

Grupo 7

PEDAÇO
78

BOLO DE CENOURA

PESSOA = 7 BOLOS
39 " "

$$\begin{array}{r} \times 7 \\ 12 \\ \hline 84 \text{ PEDAÇO} \end{array}$$

Quantidade
10

PESSOA = 390
39

$$\begin{array}{r} 39 \\ 10 \\ \hline 00 \\ 39+ \\ \hline 390 \end{array}$$

Fonte: A autora (2020).

No cálculo para quantidade de bolo de cenoura, os alunos fizeram uso de três grandezas diferentes, ou seja, quantidade de pedaços, quantidade pessoas e quantidade de bolo necessários para toda turma.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), podemos relacionar esse problema com os que envolvem a variação de proporcionalidade entre várias grandezas, para associar a quantidades e grandezas de um determinado produto.

Neste tipo de tarefa, de acordo com as praxeologias propostas pela TAD, o aluno precisa conhecer os ostensivos numéricos de unidade de medidas e quantidades, assim como utilizá-los para identificação de uma razão, afim de aplicar no cálculo da proporção.

A partir da resolução apresentada pelos alunos também poderia ser desenvolvido os conceitos que envolvem a regra de três composta, uma vez que as três grandezas distintas já estão organizadas, bastando identificar quais são as diretamente ou inversamente proporcionais.

Pode-se relacionar esta resolução também com a teoria em estudo, ou seja, a TAD, a qual o *nicho* está associado à aplicação da regra de três compostas para grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, considerando não apenas um número para determinar a proporcionalidade, mas sim na associação às unidades de medida das grandezas envolvidas, o que pode auxiliar na aplicação dessa noção em outras ciências

Os alunos do grupo 8 também fizeram algo parecido com o grupo7, estruturaram as grandezas, mas no formato parecido de uma regra de três simples.

Quadro 30 - Cálculo quantidade de alimentos Grupo 8

Grupo 8

Suco de Laranja

$$\frac{500 \text{ ML}}{500} \quad \frac{\text{PESSOA}}{39} = 19,500 \text{ L}$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ \times 39 \\ \hline 4500 \\ 15000 \\ \hline 19500 \end{array}$$

Fonte: a autora (2020).

A partir desta resolução dos alunos, para cálculo da quantidade de suco de laranja, aproveitamos o momento para apresentar aos alunos como as grandezas podem variar de forma inversa ou direta, montando uma proporção levando em

consideração que a razão entre os valores de uma grandeza, bem como a estrutura de uma regra de três simples.

Podemos concluir que com a aplicação do PEP em estudo, foi possível desenvolver aos alunos as noções de proporcionalidade, além de conhecimentos relacionados à outras disciplinas, bem como a aplicação de uma situação à sua realidade.

Os alunos, traçando suas próprias estratégias e caminhos criaram um meio “M”, composto de respostas “R” e de perguntas “Q”. A partir dessas respostas “R” fornecidas pelos alunos, foi possível observar que a Q_0 é ao mesmo tempo a questão geradora e também geradora de todas outras questões, afinal é ela que dá suporte ao desenvolvimento inicial e de todo estudo.

Foi possível relacionar os dados coletados durante a aplicação do PEP, ou seja, as relações pessoais esperadas pelos alunos, com as relações institucionais, dando sentido aos conhecimentos sem a necessidade das fórmulas prontas. Isso é desenvolvido no momento em que paramos de se prender nas visitas de obras como monumentos e indicamos o estudo da resolução para uma situação proposta. Não estamos propondo o encontro das respostas e sim o estudo dos questionamentos, que é a motivação para a qual a organização didática PEP é criada.

7.10 Décima primeira sessão

Nesta sessão, os alunos apresentaram as respostas obtidas para quantidade de cada alimento a levar no dia do piquenique. Durante a apresentação oral de cada grupo, houve muitas discussões entre os próprios alunos, construindo de forma coletiva a quantidade ideal.

Neste momento didático, tivemos indícios de que os alunos realmente assumiram a responsabilidade de planejar, regular e avaliar o estudo, pois quando os grupos estavam expondo suas informações, também questionavam algumas respostas e alguns questionamentos trazidos pelo professor e pelos colegas.

Após diversas discussões os alunos chegaram a um consenso sobre as quantidades de alimentos. Dois grupos levariam o suco, 3 grupos bolinhas de queijo e 3 grupos o bolo de cenoura.

Houve também bastante questionamento sobre as quantidades de cada alimento, definindo que cada pessoa tomaria mais ou menos 300ml de suco, logo, 1 litro daria para cada 3 pessoas. Então, seria necessários 13 litros de suco.

Para quantidade de bolinhas de queijo, ficou definido uma média de 6 por pessoa, ou seja, 234 bolinhas no total. Neste caso, os alunos arredondaram para 250 bolinhas, como forma de facilitar a contagem e divisão entre os alunos.

Já o bolo de cenoura, os alunos decidiram que fariam três receitas em formato retangular, com objetivo de realizar a divisão dos bolos, totalizando em 78 pedaços, ou seja, dois pedaços para cada.

Ressaltamos que os alunos percorreram por todo PEP com foco em algo, ou seja, encontrar respostas para questionamentos originados da questão geradora inicial, e que os alunos tinham em seu universo cognitivo uma ideia sobre alimentos saudáveis e quantidades de consumo desses alimentos por cada pessoa num piquenique, mas que por meio das AEP, essas noções foram se moldando de acordo com as respostas encontradas, assim como as relações pessoais existentes entre alunos, professor e recursos disponíveis.

Ainda, observamos que neste tipo de organização didática, podemos ter uma ferramenta para tratar de temáticas da disciplina Matemática. No desenvolvimento do PEP os alunos retomaram algumas noções visitadas, exploraram algumas de suas dificuldades, além de adquirir novos conhecimentos de outras áreas e que também contribuíram para a aprendizagem da proporcionalidade.

Esta constatação corrobora nossa indicação de que o PEP em estudo pode contribuir na aprendizagem das noções de proporcionalidade, uma vez que a partir de seu desenvolvimento, foi possível relacionar as relações pessoais esperadas pelos alunos, juntamente com as relações institucionais esperadas pelas BNCC (BRASIL, 2018) e livros didáticos para 7º ano do Ensino Fundamental.

Mesmo com diversas contribuições não podemos deixar de citar que a aplicação deste modelo didático, ou seja o PEP, exigiu um tempo maior dos alunos para o desenvolvimento da atividade, uma vez que os alunos precisaram pesquisar tantos conhecimentos matemáticos, quanto de outras disciplinas, além de discutir, refletir e chegar num consenso comum para resolução da questão geradora.

Logo, isso indica a dialética questão-resposta, que fornece uma estrutura de descrição do processo de busca pela resposta R, ou seja, elementos que determinam o caminho a ser seguido na busca pela resposta da questão Q definindo um tempo

didático, exigindo uma nova postura do professor, quanto uma adequação às relações institucionais.

Acreditamos que este é um ponto a se considerar, quando propomos a aplicação do nosso PEP, pois enquanto pesquisador e ao mesmo tempo professor da proposta de aplicação do PEP, sentimos necessidade de mais sessões para aprofundar ainda mais sobre as noções de proporcionalidade, bem como aplicar em outras situações da realidade do aluno.

Por fim, encerramos nosso PEP no próximo encontro com os alunos, com a realização do piquenique com a turma, qual ocorreu na quadra de escola.

8 CONCLUSÕES

Este capítulo tem como proposta apresentar as conclusões e perspectivas futuras que apareceram no desenvolvimento da pesquisa cujo objetivo é analisar a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas num Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP).

Para atingir o objetivo da pesquisa, dividimos nosso estudo em duas partes. A primeira refere-se a um estudo bibliográfico sobre pesquisas que abordam o tema de proporcionalidade e sobre como estas noções são consideradas nas instituições, ou seja, no documento oficial que norteia a educação no Brasil, a BNCC (BRASIL, 2018), e em livros didáticos adotados no 7º ano do Ensino Fundamental.

A segunda refere-se à aplicação da experimentação da organização didática PEP, desenvolvida na pesquisa, ou seja, identificando as relações pessoais existentes entre aluno, professor e recursos, como os caminhos percorridos pelos envolvidos, a formação do meio para estudo e a construção de conhecimento a partir de questionamentos para resolução de uma questão geradora inicial.

As duas partes que compõem a nossa pesquisa têm objetivos específicos e é a partir deles que conduzimos nosso estudo. Identificamos a partir de uma revisão bibliográfica sobre proporcionalidade em teses, dissertações, publicações em evento e periódicos, que poucos alunos fazem uso adequado do raciocínio proporcional, ou finalizam com sucesso as atividades propostas pelos professores e que eles devem reconhecer a importância dos conhecimentos sobre as noções de proporcionalidade para o seu desenvolvimento e a compreensão do mundo que o cerca.

Assim, com intuito de contribuir nesse processo, propusemos uma metodologia de ensino diferenciada para desenvolver a aprendizagem de proporcionalidade com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, apoiado nas ideias de Yves Chevallard, que propõe orientar uma Engenharia Didática, denominada PEP, em busca de mudanças de paradigmas e a introdução de organizações didáticas.

O PEP pode ser brevemente definido como um conjunto de questões e respostas apresentadas pelos alunos a partir de uma questão geradora proposta e orientada pelo professor, que será estudada e pesquisada pelos alunos.

A partir da questão geradora desta pesquisa, - “*Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis?*”- , houve participação dos alunos sob

orientação do professor, um recurso e outros meios, bem como conhecimentos de outras disciplinas que auxiliaram na busca pela resposta da questão geradora.

Antes da análise da aplicação do PEP, para identificarmos as relações institucionais esperadas sobre noções de proporcionalidade, realizamos uma análise na BNCC (BRASIL, 2018) e aplicamos uma grade de análise, de acordo com a TAD, em dois livros didáticos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental.

Na BNCC (BRASIL, 2018), identificamos que o estudo das noções de proporcionalidade deve estar presente em operações com os números naturais, representação fracionária dos números racionais, funções, cálculo de área, probabilidade, entre tantos outros. Além disso, encontramos indícios de que tal tema apresenta-se nas mais variadas situações e de outras áreas do conhecimento, como vendas, cálculos de proporções e quantidades, balanços químicos, representações gráficas, etc.

A partir das habilidades propostas pela BNCC (BRASIL, 2018) para o ensino de Matemática, observamos que as noções de proporcionalidade se fazem presentes desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, e que estes servem de base tanto para o aprofundamento como para adquirir novos conhecimentos ao longo de toda Educação Básica, assim como o Ensino Superior.

Identificamos, também, que até o 6º ano do Ensino Fundamental, o ensino de proporcionalidade constrói-se a partir de noções básicas, como aplicação de problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo, conhecimentos relacionados a medidas, comparações, capacidades e ideias iniciais de proporcionalidade.

Todavia, é na unidade temática da Álgebra do 7º ano do Ensino Fundamental, que as noções de proporcionalidade são realmente formalizadas aos alunos, juntamente com aplicações e resoluções de problemas do seu dia a dia, a fim de compreender a ideia de variável para expressar relação entre duas grandezas, envolvendo a variação de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas.

Dessa forma, concluímos que, em todos anos do Ensino Fundamental, a BNCC (BRASIL, 2018) propõe que as noções de proporcionalidade sejam retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano. No entanto, mostrou-se que, no 7º ano, o assunto é realmente formalizado pela primeira vez para o aluno, o que resultou na escolha deste ano para aplicação do PEP em estudo na pesquisa, assim como na escolha dos livros didáticos para aplicação da grade de análise de acordo com a TAD.

Para aplicação da grade de análise, foram selecionados os livros didáticos *Matemática Bianchini* para o 7º ano, de Edwaldo Bianchini, da Editora Moderna – 2018, e a *Conquista da Matemática* para o 7º ano, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, da Editora FTD – 2018. Ambos aprovados pelo PNLD – 2020, o que vai ao encontro com a BNCC (BRASIL, 2018).

A grade de análise serviu de base para identificarmos as noções de praxeologia e objetos ostensivos e não ostensivos conforme a TAD, quais foram necessários para obtenção dos níveis de conhecimento em relação às tecnologias que justificam as técnicas e noções em jogo na solução da tarefa.

A partir da aplicação da grade de análise em 12 tarefas, de ambos livros, identificamos alguns dos conhecimentos que os alunos precisariam mobilizar para realizá-las, assim como relacioná-las às habilidades e competências propostas pela BNCC (BRASIL, 2018).

Com essa análise, concluímos que, para o desenvolvimento das técnicas para resolução de situações-problema, os autores exigiam dos alunos a mobilização de tecnologias relacionadas às unidades de medidas, capacidade, definição de razão, cálculo de proporções, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, assim como aplicações de regra de três simples e composta.

Tais tecnologias foram entrelaçadas com as competências e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), o que evidenciou quais conhecimentos as instituições mobilizavam dos alunos, ou seja, como o PEP em estudo poderia contribuir nesse processo, a partir de estratégias desenvolvidas pelos próprios alunos, para solucionar um problema do seu dia a dia.

O PEP foi aplicado em 11 sessões com os 39 alunos, subdivididos em 8 grupos, qual iniciou com a questão geradora, “*Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis?*”. A partir desta questão inicial, surgiram outras que auxiliaram os alunos pela busca da resposta.

De acordo com a TAD, nos deparamos com a dialética de busca pela resposta “R”, que tem teve relação com a cronogênese, interferindo no tempo didático da instituição, além de evocar as noções de mídia-meio para busca de conhecimentos adicionais para sua solução.

A proposta de estudo por meio do PEP conduziu a utilização de diversos recursos, em particular, do recurso internet, que foi integrado à investigação da pesquisa, sendo usado de forma a responder às necessidades do aluno. Além disso,

evidenciamos o quanto esse tipo de metodologia, baseada em situações do cotidiano, ativa a participação do aluno no processo de ensino e aprendizagem, podendo contribuir, também, para o trabalho da interdisciplinaridade, ou melhor, o codisciplinar, de acordo com a TAD.

Durante o PEP, foram desenvolvidas diversas competências propostas pela BNCC (BRASIL, 2018), como: o aluno fez observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, realizou discussões e reflexões, organizaram, expressaram e comunicaram informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente, produzindo argumentos convincentes sobre suas escolhas. Também interagiram entre si de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento da tarefa para responder questionamento e na busca de solução.

Para escolha dos três alimentos saudáveis, os alunos desenvolveram também outras habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), uma específica da disciplina de Ciências, sobre os conhecimentos relacionados às características dos grupos alimentares, como nutrientes e calorias. A partir desta proposta didática, os alunos tiveram contato com diversos termos específicos da Matemática, como: unidades de medidas de quilocaloria (Kcal), grama (g), miligrama (mg), quilograma (Kg), litro (l) e mililitro (ml).

Esses conhecimentos, além de ir ao encontro da BNCC (BRASIL, 2018), foram identificados nas tecnologias mobilizáveis exigidas pelos livros didáticos a partir da aplicação da grade de análise, evidenciando suas relações pessoais com as institucionais.

Quando observarmos os meios M produzidos pelos alunos e descritos na análise do PEP, na busca pela resposta R, eles tiveram de reconhecer que o resultado de uma medida dependia da unidade de medida utilizada, escolheram a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para algumas medições, estimaram, mediram e compararam grandezas, utilizando unidades de medidas como litros, mililitros, gramas, quilogramas, entre outras.

O PEP, além de contribuir para desenvolvimento de conhecimentos matemáticos relacionados às unidades de medidas, grandezas e proporções, também se fez presente ao contexto dos alunos, influenciando em escolhas que possam impactar, de forma positiva, seus hábitos alimentares, contribuindo para sua saúde, o que pode ser um diferencial da metodologia em estudo.

Diante dos questionamentos dos alunos, observamos que muitos não tinham noções sobre quantidades e algumas relações entre as unidades de medidas, ainda, não sabiam quantos mililitros tinham em um copo de suco e nem quantos copos poderiam encher com um litro da bebida.

Alguns alunos utilizaram a estratégia de multiplicação para determinar a quantidade de bolinhas de queijo por pessoa que, de forma intuitiva, aplicaram noções relacionadas às proporções e unidades de medidas. Neste caso, o raciocínio desenvolvido pelos alunos pode contribuir para resolução de outros problemas que envolvem o cálculo de proporções e regra de três simples.

Isso contribui para compreensão de algumas tarefas propostas pelos dois livros didáticos analisados na pesquisa, que abordam o conceito de grandezas diretamente proporcionais e regra de três simples e composta, a partir de diversas situações que podem ser vivenciadas pelos alunos.

Identificamos, também, algumas praxeologias a saber que o aluno precisaria ter para resolução de algumas tarefas propostas pelos livros didáticos, ou seja, conhecer os ostensivos numéricos intrínsecos e explícitos de quantidade, proporção, grandezas e conhecimentos aritméticos para resolução do problema, que também foram evocadas pelos alunos na aplicação do PEP.

A partir das respostas “R” fornecidas pelos alunos durante o PEP, observamos que a Q_0 gera todas outras questões, dando suporte ao desenvolvimento inicial e de todo estudo. Assim, não estamos propondo o encontro das respostas, mas o estudo dos questionamentos, que é a motivação para a qual a organização didática PEP é criada.

Ressaltamos que os alunos percorreram por todo PEP para encontrar respostas para questionamentos originados da questão geradora inicial e que tinham em seu universo cognitivo uma ideia sobre alimentos saudáveis e quantidades de consumo desses alimentos por cada pessoa em um piquenique, mas que por meio desta organização didática, essas noções foram se moldando a partir das relações pessoais existentes entre alunos, professor e recursos disponíveis.

Dessa forma, concluímos que esse tipo de organização didática pode ser uma ferramenta para tratar de temáticas da disciplina Matemática, retomar algumas noções visitadas, explorar dificuldades de alunos, além de contribuir na construção de novos conhecimentos de outras áreas e para a aprendizagem da proporcionalidade.

Além disso, verificamos que as abordagens indicadas pelos documentos oficiais são seguidas pelos livros didáticos e que, diante dos resultados produzidos pela análise das relações pessoais, o PEP pode contribuir para a construção do conhecimento do tema em estudo.

Podemos concluir, também, que a temporalidade das sessões, as responsabilidades dos alunos e o meio de estudo diferem do que é habitualmente realizado em aulas do domínio de proporcionalidade, pois tal metodologia de ensino exige mais articulações, pesquisas e aprofundamento sobre o assunto estudado, o que fica como sugestão para futuras pesquisas, a necessidade de mais sessões para sua aplicação.

Assim, a partir da aplicação do PEP em estudo, analisamos a aprendizagem de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental em relação à proporcionalidade, a partir de atividades elaboradas e propostas num PEP, identificando as relações pessoais esperadas dos alunos, juntamente com as relações institucionais esperadas pela BNCC (BRASIL, 2018) e livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental.

Esperamos, dessa forma, que este estudo sirva de base e inspiração para motivar outras pesquisas com a temática da aprendizagem de proporcionalidade, bem como aplicações de outras metodologias que contribuam nesta relação a saber.

Como uma possível continuidade desse trabalho, poderia ser desenvolvida uma proposta de ensino do conteúdo de proporcionalidade que utilize os componentes de grandezas diretamente e inversamente proporcionais e regra de três simples e composta, aplicado aos alunos do Ensino Médio ou até mesmo um curso de Ensino Superior.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, O. J. Uma abordagem histórico/didática de analogias envolvendo razões e proporções em contexto musical: um ensaio preliminar. **EPM - Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 14, n. 3, p. 386-397, 2012.
- ALMEIDA, R. G. **Razão e proporção para além da sala de aula**. 2015. 58f. Dissertação de Mestrado (concentração em Ensino e Matemática) - Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, Juiz de Fora, ago. 2015.
- ALMOULOUD, Sado Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba - PR: Editora UFPR, 2007.
- ARTAUD, M. Besoins praxeologiques de la profession: le cas des grandeurs et de leurs mesure. **Annales de la XXe école d'été de la ARDM de Autrans**. Grenoble, França, 2019. Disponível em: https://eedm20.sciencesconf.org/data/pages/EEDM20_Theme_3_Descriptif_Cours_TD.pdf. Acesso em: 25 abr. 2021.
- ARTIGUE, M.; BOSCH, M.; GASCÓN, J.; LENFANT, A. Research problems emerging from a teaching episode: a dialogue between TDS and ATD. En Durand-Guerrier, V.; Soury-Lavergne, S; Arzarello, F. (Eds.) **Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (pp. 1535-1544). Lyon, France: INRP, 2010. Disponível em: <http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg9-01-artigue.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2021.
- BATISTA, J. A. **O ensino de razão e proporção por meio de atividades**. 2018. 297f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Centro de Ciências Sociais e Educação, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.
- BIANCHINI, E. **Matemática Bianchini - 7º ano**. São Paulo: Editora Moderna, 2018.
- BOSCH, M. **La dimensión ostensiva en la actividad Matemática. El caso de la proporcionalidad**. 1994. Tesis de Doctorado (Ciências Matemáticas). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, 1994.
- BOSCH, M. La prise en compte du collectif dans l'analyse des processus d'étude selon la TAD. In: MATHERON, Y. et al. (eds.). **Enjeux et débats en didactique des mathématiques** (p. 127-142). Grenoble - France: La Pensée sauvage, 2016.
- BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. La sensibilité de l'activité mathématique auxostensifs. Objet d'étude et problématique. **Recherches en Didactique des mathématiques**, Paris, v. 19, n. 1, p. 77-123, 1999.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 27 maio 2019.

BROUSSEAU, G. D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique. **Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques**, Paris, France, p. 30-60, 1982.

BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics**: Didactique des Mathématiques, 1970-1990 (editado e traduzido por N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.

CABRAL, N. F. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. **Ensino da Matemática em Debate**, Pará, v. 6, n. 3, p. 174-206, 2019.

CHAIN, D.; ILANY, B.; KERET, Y. Atividades Investigativas Autênticas para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. **Bolema-Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro/SP, v. 21, n. 31, p. 129-159, 2008.

CHEVALLARD, Y. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In: MAURY, S.; CAILLOT, M. (Orgs.), **Rapport au savoir et didactiques**, Paris, Éditions Fabert, 2003, p. 81-104. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches em didactique des mathématiques**, La Pensée Sauvage, Grenoble, v.12-1, p. 73-112, 1992.

CHEVALLARD, Y. Étudier et apprendre em mathématiques: vers un nouveau. **Les Science aujourd'hui. La recherche, les métiers, les formations** (p. 55-56). Lognes: Onisep, 2005. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=68. Acesso em: 29 maio 2019.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes em théorie anthropologique du didactique. **Recherche em didactique des mathématiques**, La Rochelle, França, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires, Argentina: Editora Aique, 1991.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude: 1. Structures & fonctions: **Actes XI e école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude: 3. Ecologie & regulation: **Actes XI e école d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002a. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. **Actes du Séminaire de l'Associazione Mathesis pour l'année**. 1994. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. Un concept em émergence: la dialectique des médias et des milieux. In: GUEUDET, G.; MATHERON, Y. (Orgs.), **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques**, année 2007, ARDM et IREM de Paris 7, Paris, p. 344-366. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=147. Acesso em: 01 jul. 2019.

CHEVALLARD, Y. **Vers une didactique de la codisciplinarité**: Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Lyon, França, 2004. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Vers_une_didactique_de_la_codisciplinarite.pdf. Acesso em: 11 jul. 2019.

COSTA, S. **O raciocínio proporcional dos alunos do 2º ciclo do ensino básico**. 2007, 136f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, Portugal. 2007.

D'AMBROSIO, B. S. Como Ensinar Matemática Hoje? **SBEM**. Brasília, n. 2, p. 5-19, 1989.

DELATORRE, P. **Razão e Proporção**: Uma proposta de ensino explorando problemas do cotidiano. 2021. 80f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT - área Educação Matemática – Campus Três Lagoas, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Três Lagoas, 2021.

DEWEY, J. **Vida e educação**. 10 ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

DIAS, M. A. **Problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique" dans l'enseignement de l'algèbre linéaire**. 1998, 500f. Tese (Doutorado em Matemática) – Departamento de Matemática, Université Paris VII, Paris, França. 1998.

DUFFECK, A. P. L. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. 2014. Cadernos, P. D. E. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernos/pde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_pdp_adilene_pereira_lopes_duffeck.pdf. Acesso em: 24 set. 2021.

FALZETTA, R. É hora de ensinar proporção. **Nova Escola**. 2003. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/958/e-hora-de-ensinar-proporcao>. Acesso em: 10 jul. 2019.

FERREIRA, M. S. B. **Razão, proporção e regra de três**. 2016. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Currais Novos/RN, 2016.

FLAVELL, J. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.; KLUWE, R. **Metacognition, motivation, and understanding**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, p. 21-29, 1987.

FRANÇA. **Travaux Personnels Encadrés** – TPE. Disponível em: <https://eduscol.education.fr/cid47789/definition-et-themes-nationaux-des-tpe.html>. Acesso em: 15 jul. 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**. Saberes necessários à prática educativa. 51ed. Rio de Janeiro: Paz e terra, 1996.

GIOVANNI JUNIOR, R. A. **Conquista da Matemática**: 7º ano: ensino fundamental anos finais. 4.ed. São Paulo: FTD, 2018.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução Matemática. **Font Acta Scientiae: revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas**. Universidade Luterana do Brasil, v.1, n.1, p. 7-37, jan./jun. 1999.

GODOY, A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de empresas**, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rae/v35n3/a04v35n3.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2019.

GRATTAN, G. I. Numbers, Magnitudes, ratios, and proportions in Euclid's Elements: How did he handle them? **História Mathematica**. Amsterdã, Holanda, v. 23, 1996.

GUADAGNINI, M. do R. **Fatoração**: por que estudá-la desde o Ensino Fundamental? 2018. 426f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNIAN, São Paulo. 2018.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2 ed. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 2005.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (orgs.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**, p. 93-118, 1988.

LÉVY, P. **As tecnologias da Inteligência**: O futuro do pensamento na era da informática. São Paulo: Editora 34, 1993.

MACEDO, L. N.; SIQUEIRA, D. M. **Desenvolvendo o Pensamento Proporcional com o Uso de um Objeto de Aprendizagem**. 2007. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Laecio_Macedo/publication/268047500_Desenvolvendo_o_Pensamento_Proporcional_com_o_Uso_de_um_Objeto_de_Aprendizagem/links/55ea3aca08ae65b6389c59a2.pdf. Acesso em: 08 jun. 2020.

MATHERON, Y.; NOIRFALISE, R. Une recherche de la Commission inter-IREM (CII) didactique soutenue par l'INRP: Dynamiser l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (collège et lycée) par la mise en place d'AER et de PER.

Diffuser les mathématiques et autres savoirs comme outils de connaissance et d'action. Uzès, França, out./nov. 2007.

MELO, B. R. S. **Aprendizagem de relações de proporcionalidade com o uso de objeto de aprendizagem.** 2009. Dissertação (Mestrado em tecnologia de informação e comunicação na formação em EAD) - Universidade Federal do Fortaleza, Ceará, 2009.

OLIVEIRA, E. M. et al. Gangorra Interativa: um objeto de aprendizagem para os conceitos de grandezas inversamente proporcionais. In: XII WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA. **Anais eletrônicos...** Campo Grande, MS, 2006.

OLIVEIRA, I. Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. In: **Boletim de Educação Matemática.** Rio Claro, São Paulo, v. 22, n. 34, p. 57-79, 2009.

PONTES, M. G. O. **Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho.** 1996. Tese de Doutorado (Educação). Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1996.

RODRIGUEZ, E.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. An Anthropological Approach to Metacognition: the "Study and Research Courses". In: PITTA-PANTAZI, D.; PHILIPPOU, G. **Proceedings of CERME 5.** Nicosie: Université de Chypre, p. 1798, 2007. Disponível em: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME5b/WG11.pdf> Acesso em: 15 mar. 2021.

SÁ, P. F. **Atividades para o Ensino de Matemática no nível fundamental.** Belém/PA: Eduepa, 2009.

SANTOS JÚNIOR, V. B. dos. **Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa.** 2017. 495f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

SANTOS, T.; CINTRA, A. O Ensino de razão e proporção por meio da resolução de problemas. In: XVI SEMANA DE LICENCIATURA, VII SEMINÁRIO DA PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA E POLÍTICAS EDUCACIONAIS PARA A PROMOÇÃO DA IGUALDADE, Jataí/GO, 2019, **Anais...** Goiânia/GO: Universidade Federal de Goiás, 2019.

SENSEVY, G., MERCIER, A., SCHUBAUER-LEONI, M.L. Vers um modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la Course à 20. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, La Pensée Sauvage, 2000, p. 263. Disponível em: <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00856554>. Acesso em: 10 out. 2020.

SILVA, M. F. **Aspectos Didáticos do Ensino da Resolução de Problemas Usando Proporção em Livros Didáticos Atuais.** Anais do XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. UFPR, 2010.

SOUZA, M. A. N. S. F. **A aprendizagem matemática fora da sala de aula**. 2017. 89f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e nos s 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico) - Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2017.

SOUZA, N. T. **Conversando sobre razão e proporção**: uma interação entre deficientes visuais, videntes e uma ferramenta falante. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática, área de concentração: Educação Matemática Inclusiva) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

SPINILLO, A. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In: SCHIEMANN, A. D. et al. (org.). **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife/PE: Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, p. 40-61, 1994.

TERRADAS, R. D. A importância da interdisciplinaridade na educação matemática. **Revista da Faculdade de Educação**. Cáceres/MT, v. 14, n. 16, p. 95-114, 2011.

VERGNAUD, G. La théorie Des champs conceptuels' Recherches em Didactique des Mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Paris, França, v. 10, p. 133-170, 1990.

ANEXOS – Fichas das Intervenções

(PROFESSORES E ALUNOS)

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

1ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)**Identificação:**

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Leitura dos termos com alunos e explicação da proposta da atividade.

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

2ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Q₀: Vamos elaborar um piquenique, como escolher 3 alimentos saudáveis?

Questões decorrentes de Q₀:

Q₁: Pode ser qualquer tipo de alimento?

Q₂: Que tipos de alimentos existem?

Q₃: Como identificar um alimento saudável?

Q₄: Quais componentes considerar para selecionar os alimentos saudáveis?

Q₅: Como podemos selecionar os 3 alimentos de acordo com a resposta de todos os alunos?

Q₄: Como escolher o mais viável?

Q₅: Como organizar os dados?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

3ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₆: Como podemos selecionar apenas um tipo de cada alimento escolhido?

Q₇: Vamos analisar quantos tipos de cada alimento que foram selecionados?

Q₈: Como podemos conhecer a composição desses alimentos para estudo?

Q₉: Considerando as informações nutricionais dos alimentos selecionados, quais são as unidades de medidas usadas? O que cada uma indica?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

4ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₁₀: Qual a unidade de medida utilizada para medir energia?

Q₁₁: O que é unidade de medida?

Q₁₂: Quais unidades de medida existem?

Q₁₃: Onde encontramos essas unidades de medidas?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

6ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₁₄: Como é realizado o cálculo das calorias nos alimentos?

Q₁₅: As calorias estão presentes apenas nos alimentos?

Q₁₆: Onde mais podemos encontrar calorias?

Q₁₇: As embalagens dos alimentos apresentam seu valor energético em calorias (cal) ou quilocalorias (kcal)?

Q₁₈: Qual a relação entre essas medidas?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

7ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₁₉: Quantos gramas desse alimento foram analisados na tabela de informação nutricional?

Q₂₀: Qual a relação entre essas duas medidas?

Q₂₁: E se eu quisesse encontrar a quantidade de calorias para uma porção maior do que da tabela nutricional?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

8ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₂₂: Quais outras informações são apresentadas na tabela de informação nutricional?

Q₂₃: O que cada uma dessas informações representa?

Q₂₄: Qual relação do consumo com gasto energético?

Q₂₅: Considerando suas análises, qual o melhor tipo de cada alimento?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

9ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₂₆: Qual será a escolha dos 3 alimentos?

Q₂₇: Qual porção de cada alimento selecionado será consumido por aluno no dia do piquenique?

Q₂₈: Como fazemos para determinar a quantidade de alimentos necessário para toda turma?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

10ª sessão – Percorso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₂₉: Qual a quantidade de cada alimento para toda sala?

Q₃₀: Qual o valor de cada alimento?

Q₃₁: Qual será o gasto total para fazer o piquenique?

Q₃₂: O piquenique vai dar quanto por aluno?

Q₃₃: Qual será a porção consumida de cada alimento por aluno?

Q₃₄: Quantas calorias cada aluno irá consumir, considerando a porção por aluno?

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
Programa de pós-graduação em Educação Matemática
Curso de Doutorado

11ª sessão – Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)

Identificação:

Data: _____

Equipe: _____

Instituição: _____

Questões decorrentes de Q₀:

Q₄₀: Onde realizar o piquenique?

Q₄₁: Como podemos organizar a sala para realizar o piquenique?

Q₄₂: Como organizar os alimentos?

Q₄₃: A quantidade calculada por vocês foi suficiente?